標準２次系のステップ応答

標準２次系のステップ応答 $c(t)$ とインパルス応答 $g(t)$ は減衰振動系の場合 $(0 \le \varsigma \le 1)$ 以下のようにそれぞれ記述される。

$$c(t) = 1 - \frac{e^{-\varsigma\omega_n t}}{\sqrt{1-\varsigma^2}} sin(\omega_n \sqrt{1-\varsigma^2}\, t + \phi), \qquad \phi = tan^{-1} \frac{\sqrt{1-\varsigma^2}}{\varsigma} \tag{1}$$

$$g(t) = \frac{\omega_n}{\sqrt{1-\varsigma^2}} e^{-\varsigma\omega_n t} sin(\omega_n \sqrt{1-\varsigma^2}\, t) \tag{2}$$

両者の間には $g(t) = \dfrac{dc(t)}{dt}$ が成立する。ステップ応答 $c(t)$ が最大行き過ぎとなる時間はインパルス応答 $g(t)$ が $g(t)=0$ となる時間である。したがって、$g(t)$ は $\omega_n \sqrt{1-\varsigma^2}\, t = k\pi$ ，（$k = 0,1,2,\cdots$）において $g(t)=0$ となる。このとき、$k=1$ において最大行き過ぎ時間 t_p が以下のように得られる

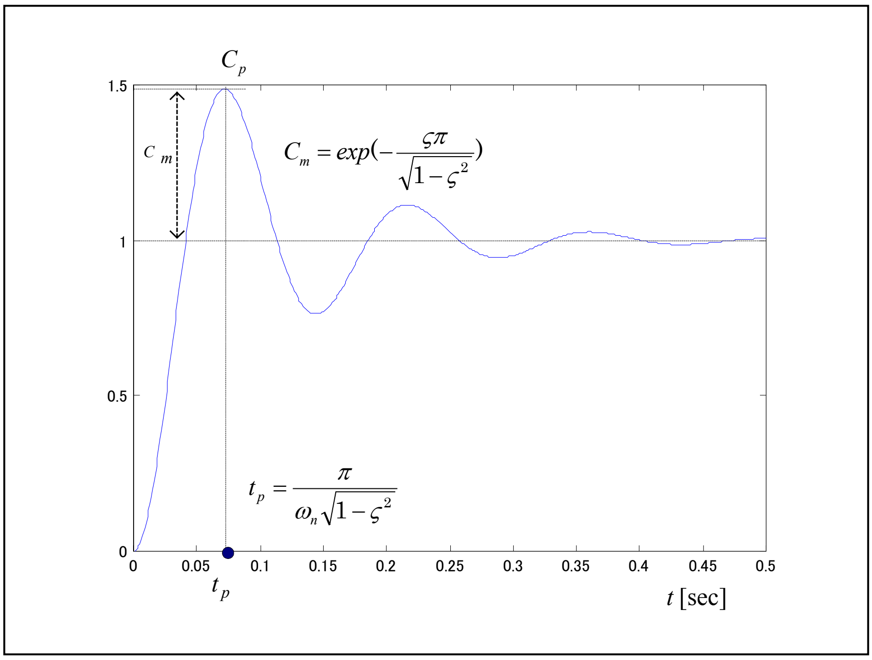
$$t_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\varsigma^2}} \tag{3}$$

また、t_p を(1)式に代入すると $c(t)$ の最大値 C_p が

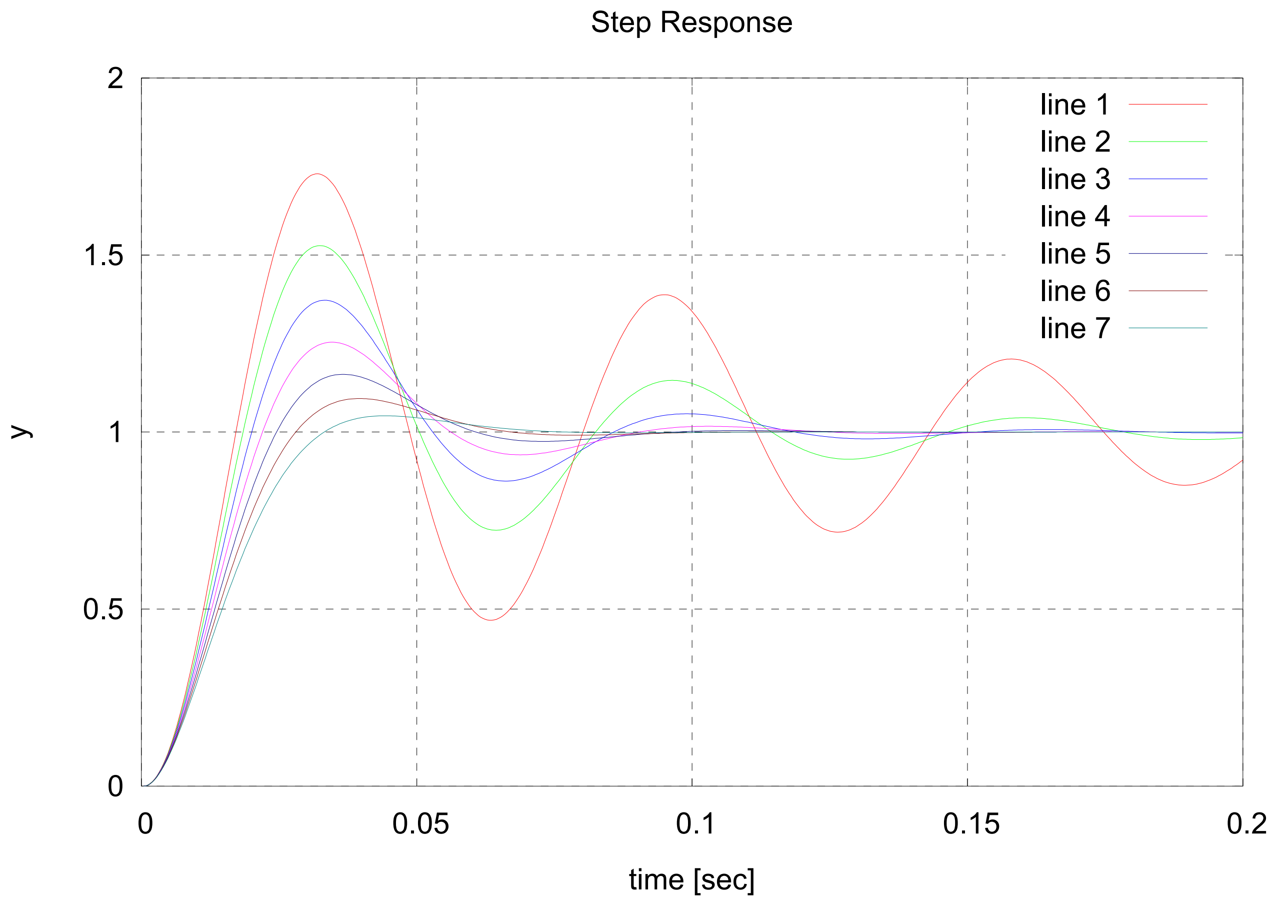
$$c_p = 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\varsigma^2}} exp(-\frac{\varsigma\pi}{\sqrt{1-\varsigma^2}}) sin(\pi + \phi) = 1 + exp(-\frac{\varsigma\pi}{\sqrt{1-\varsigma^2}}) \tag{4}$$

となるので最大行き過ぎ量 C_m は

$$c_m = exp(-\frac{\varsigma\pi}{\sqrt{1-\varsigma^2}})$$



標準２次系のステップ応答 $c(t)$ の最大行き過ぎ量 C_m と最大行き過ぎ時間 t_p



標準２次系のステップ応答

標準２次系のステップ応答プログラムリスト

```
% second.m
% 標準２次系（振動系）のステップ応答
clear;

wn=100;
N1=[wn^2];
    for j=1:500,
        t(j)=j*4e-4;                    % 0.2/500
    end;
    axis([0,0.2,0,2.0]),grid("on")
    title('Step Response')
    xlabel('time [sec]')
    ylabel('y')

hold on
for i=1:7,
    zeta=0.1*i;
    D1=[1 2*zeta*wn wn^2];
    sys1=tf2sys(N1,D1);
    y=step(sys1,1,0.2,500);
    plot(t,y)
end;
hold off
```