

VSS 適応制御を用いた車輪型倒立振子の安定化制御に関する研究

東海大学大学院工学研究科情報通信制御システム工学専攻 ○諸墨 享
東海大学情報理工学部コンピュータ応用工学科 平田 弘志

1. 研究の概要

本研究では電動立ち乗り二輪車を模した車輪型倒立振子を制御対象とし安定化制御を行う。乗り物として考えると、この制御対象は乗り手の体重によって特性が大きく変化してしまうことが問題となる。そこで、パラメータ変化を想定したVSS適応制御系を設計し、乗り手の体重を考慮した制御系を提案する。

2. 制御対象と基本パラメータ

制御対象のモデル図、パラメータ表を Fig.1, Table.1 に示す。

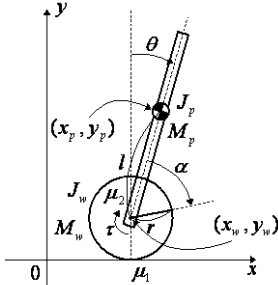


Fig.1 車輪型倒立振子のモデル図

Table.1 パラメータ表

名称	記号 [単位]
振子の質量	M_p [kg]
振子の重心周りの慣性モーメント	J_p [kgm ²]
タイヤの質量	M_w [kg]
タイヤの重心周りの慣性モーメント	J_w [kgm ²]
タイヤと路面との間の粘性摩擦係数	μ_1 [kgm ² /s]
振子とタイヤとの間の粘性摩擦係数	μ_2 [kgm ² /s]
タイヤの半径	r [m]
振子の端から重心までの長さ	l [m]
振子の重心位置	x_p, y_p [m]
タイヤの重心位置	x_w, y_w [m]
トルク定数	k_t [Nm/A]
振子の角度	θ [rad]
振子からみたタイヤの角度	α [rad]
モータ電流	i [A]

Fig.1 で示される倒立振子の運動方程式は以下で表せる。

$$\{J_w + J_p + (M_w + M_p)r^2 + M_p l^2 + 2M_p r l \cos\theta\} \ddot{\theta} + \{J_w + (M_w + M_p)r^2 + M_p r l \cos\theta\} \ddot{\alpha} - M_p g l \sin\theta - M_p r l \dot{\theta}^2 \sin\theta = 0 \quad (1)$$

$$\{J_w + (M_w + M_p)r^2 + M_p r l \cos\theta\} \ddot{\theta} + \{J_w + (M_w + M_p)r^2\} \ddot{\alpha} + \mu_2 \dot{\alpha} - M_p r l \dot{\theta}^2 \sin\theta + d_2 \text{sgn}(\dot{\alpha}) = k_t i \quad (2)$$

ただし、 g は重力加速度、 d_2 はタイヤのクーロン摩擦係数である。また、振子の粘性摩擦およびクーロン摩擦は微小とみなし無視している。

式(1), (2)は物理パラメータを用いた記述であり、運動を表すには十分であるが、運動データから直接には推定困難である。そこで、運動方程式が完全に記述可能な基本パラメータを使用して記述する。基本パラメータに関する線形関係式は、

$$\tau = M(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + G(\theta) + B\dot{\theta} + D(\theta) = \Phi^T(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta})\zeta \quad (3)$$

$$\Phi^T(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}) = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \phi_{13} & 0 & 0 \\ 0 & \phi_{22} & \phi_{23} & \phi_{24} & \phi_{25} \end{bmatrix}$$

$$\zeta^T = [\zeta_1 \ \zeta_2 \ \zeta_3 \ \zeta_4 \ \zeta_5] = [I_1 \ I_2 \ w \ \mu_2 \ d_2]$$

$$\tau^T = [0 \ k_t i], \theta^T = [\theta \ \alpha]$$

$$\phi_{11} = \ddot{\theta}, \phi_{12} = \ddot{\theta} + \ddot{\alpha}, \phi_{13} = 2r\ddot{\theta} \cos\theta - r\ddot{\alpha} \sin\theta - r\dot{\theta}^2 \sin\theta - g \sin\theta \quad (4)$$

$$\phi_{22} = \ddot{\theta} + \ddot{\alpha}, \phi_{23} = r\ddot{\theta} \cos\theta - r\dot{\theta}^2 \sin\theta, \phi_{24} = \dot{\alpha}, \phi_{25} = s \ g \ \dot{\alpha}$$

$$I_1 = J_p + M_p l^2, \ I_2 = J_w + (M_w + M_p)r^2, \ w = M_p l$$

として表せる。ここで、 $\Phi^T(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta})$ は regressor 行列、 ζ は基本パラメータである。また、トルク定数 k_t が不確定な場合を考慮して式(4)を次式のようにして使用する。

$$\begin{cases} i = \Phi^T(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta})\sigma \\ i^T = [0 \ i] \\ \sigma^T = \zeta^T/k_t = [\sigma_1 \ \sigma_2 \ \sigma_3 \ \sigma_4 \ \sigma_5] \\ \sigma_1 = I_1/k_t, \ \sigma_2 = I_2/k_t, \ \sigma_3 = w/k_t, \ \sigma_4 = \mu_2/k_t, \ \sigma_5 = d_2/k_t \end{cases} \quad (5)$$

また、推定モデルは、

$$\begin{cases} v(k) = \Phi^T(k)\hat{\sigma}(k) \\ \hat{\sigma}^T = [\hat{\sigma}_1 \ \hat{\sigma}_2 \ \hat{\sigma}_3 \ \hat{\sigma}_4 \ \hat{\sigma}_5] \end{cases} \quad (6)$$

である。ここでは、最小2乗形一般化適応則を用いて逐次的にパラメータ推定を行う。

3. 振子の安定化

θ を微小として線形近似を施した車輪型倒立振子の運動方程式は次のようになる。

$$\begin{bmatrix} J_1 & J_{23} \\ J_{23} & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\alpha} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \mu_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -wg & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \alpha \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ d_2 \text{sgn}(\dot{\alpha}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ k_t i \end{bmatrix} \quad (7)$$

ただし、 $J_1 = I_1 + I_2 + 2rw$, $J_4 = I_2$, $J_{23} = I_2 + rw$

式(7)を整理して、振子角加速度についての方程式を得る。

$$(\det J)\ddot{\theta} - J_{23}\mu_2\dot{\alpha} - J_4wg\theta - J_{23}d_2 \text{sgn}(\dot{\alpha}) = -J_{23}k_t i$$

$$\text{ただし、} \det J = J_1 J_4 - J_{23}^2 > 0 \quad (8)$$

ここで、振子の角度 θ を安定化する設計を行う。

$$e = \theta - r_f, \ \dot{\theta}_c = \dot{r}_f - he \ (h > 0), \ s_c = \dot{e} + he \quad (9)$$

とすると、式(8)は不確定外乱 v を考慮して以下のように表せる。

$$\begin{cases} Y^T a + Hs_c = i + v \\ H = \det J / J_{23} k_t \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} Y^T = [\ddot{\theta} \ \theta \ \dot{\alpha} \ \text{sgn}(\dot{\alpha})] \\ a^T = [H \ -J_4wg/J_{23}k_t \ -\mu_2/k_t \ -d_2/k_t] \end{cases} \quad (11)$$

以上の仮定の下で、ロバスト性を向上した VSS 適応制御則を以下に示す。

$$\begin{cases} \dot{i} = Y^T \hat{a} - k_v s \ \text{ast}(\delta) \ (k_v > 0) \\ \dot{\hat{a}}^T = [\hat{\alpha}_1 \ \hat{\alpha}_2 \ \hat{\alpha}_3 \ \hat{\alpha}_4] \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} \dot{\hat{a}} = k_a \phi - \Gamma^{-1} Y s_c \ (k_a > 0, \ \Gamma > 0) \\ \phi = p - \hat{a} \end{cases} \quad (13)$$

$$\begin{cases} p^T = [p_1 \ p_2 \ p_3 \ p_4] \\ p_1 = \frac{\hat{\sigma}_1(k)\hat{\sigma}_2(k) - \hat{\sigma}_2^2(k)r^2}{\hat{\sigma}_2(k) + \hat{\sigma}_3(k)r}, \ p_2 = -\frac{\hat{\sigma}_2(k)\hat{\sigma}_3(k)g}{\hat{\sigma}_2(k) + \hat{\sigma}_3(k)r} \\ p_3 = -\hat{\sigma}_4(k), \ p_4 = -\hat{\sigma}_5(k) \end{cases} \quad (14)$$

式(12)において、操作量の切り替えによって生じるチャタリング防止のために、符号関数 $\text{sgn}(s_c)$ の代わりに飽和関数 $\text{sat}(s_c / \delta)$ を用いている。

$$s \ \text{ast}(\delta) = \begin{cases} s \ g \ \eta & |s_c| > \delta \\ s_c / \delta & |s_c| \leq \delta \end{cases} \quad (15)$$

式(12), (13)の k_v は VSS ゲイン、 k_a はパラメータ誤差 ϕ のゲイン、 Γ は対象行列で与えられる適応則ゲインである。

参考文献

- (1) 平田弘志, 高部知博, 穴吹雅敏, 大内茂人 “セルフチューニング制御機を組み込んだ回転型倒立振子の VSS 適応制御” 電気学会論文誌 C(電子・情報・システム部門誌), Vol.128(2008), No.4, pp618-627
- (2) 新中新二 “適応アルゴリズム”, 産業図書(1990)