

# 回転型二重倒立振子の適応制御系シミュレーション

○中山 裕介<sup>1)</sup> 平田 弘志<sup>2)</sup> 大内 茂人<sup>3)</sup> 小野 治<sup>4)</sup>

## Simulation of Adaptive Control System for a Rotary Double Inverted Pendulum

Yusuke Nakayama, Hiroshi Hirata, Shigeto Ouchi (Tokai University) and Osamu Ono (Meiji University)

**Abstract:** So many papers concerning the control system designs of inverted pendulums are reported, because they are typically unstable systems and are very often used as easy example to verify many control theories. However, few approaches consider inverted pendulums as the object of adaptive control system.

We propose a new VSS (Variable Structure System) robust adaptive control system including a self-tuning controller for a rotary double inverted pendulum whose whole basic parameters are unknown. The rotational angle of the second pendulum is stabilized by tracking type's VSS adaptive control method, and STC (Self-Tuning Control) system is simultaneously adopted in order to guarantee a stable system, which provides a boundary reference angle for the second pendulum. STC system recursively updates LQ controller design by developing an efficient QR method for real time operation.

Finally, the validity of the proposed system is demonstrated through some numerical simulations.

**Keywords :** double inverted pendulum, VSS adaptive control, self-tuning control, least squares adaptive law, Lyapunov function

### 1. まえがき

適応制御手法はパラメータが正確に同定されていない過渡状態において、十分な応答性能が期待できない課題があった。Slotine と Li は未知パラメータをもつ非線形ロボットアーム系に VSS 型適応制御を導入し、実機実験によってその有用性を実証した<sup>(1)</sup>。このロボスタ性の高い適応制御法は対象に不確実性があっても良好な応答を与えるという実用的に優れた手法である。一方、倒立振子系は典型的な不安定系であることから、各種の制御系設計法を検証する意味で従来より広く使用されている<sup>(2)</sup>。しかし、ロボットのように各関節にアクチュエータのない倒立振子系は上記のような手法が直接適用できないため、全てのパラメータを未知とした適応制御の検証例はほとんど見当たらない。

著者らは最近、回転型倒立振子に対して安定性を保証した独自の適応手法を提案<sup>(3)</sup>し、シミュレーションおよび実機実験によりその有効性を実証した。本研究では、さらに安定範囲が狭く制御が難しいとされる二重倒立振子系に対して、適応制御系を実現する。まず、第2振子部分の安定化に  $\sigma$ -修正法<sup>(4)</sup>を応用した目標値追従型の VSS 適応制御則を適用し、外乱に対してロボスタな適応制御系を構築する。また、同時にセルフチューニング制御系 (STC) を導入し、有界な振子目標角を保証する安定な系を構築する。このとき、VSS 適応制御で得られるパラメータのみでは STC を構成するには不十分である。そのため、VSS 適応制御と併行して、倒立振子系の基本パラメータを逐次推定する。この推定値から得られるシステム情報に基づき、Yamakita と Furuta

等<sup>(5)</sup>の LQ 最適制御を QR 法に基づく固有ベクトル法により逐次的に設計し、STC を達成する。

さらに、基本パラメータ推定の結果として得られる新たな VSS ロバスト適応制御則を提案する。そして、VSS 適応則に対し、パルス性の摂動トルクを一定時間操作量に重畳させ、外乱に対するロボスタ性を検証する。このような摂動信号に対して振子とアームは共に大きく揺れることになるが、第2振子部分は VSS 適応系により安定性が保証されているので、許容値内なら倒れることはない。

以上の提案手法に対する有効性を実証するために、初期パラメータを未知としたシミュレーションを実施、有効性を確認した。

### 2. 制御対象

回転型二重倒立振子の簡略化した運動モデルを図1に示す。また、図1の制御対象の運動方程式は Euler-Lagrange 方程式を使用して(1)式のように導出される。

$$M(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + G(\theta) + B\dot{\theta} + D(\dot{\theta}) = \tau \dots (1)$$

$\theta$ ,  $\dot{\theta}$ ,  $\ddot{\theta}$  はそれぞれ角度, 角速度, 角加速度,  $\tau$  はトルクであり,  $M(\theta)$  は慣性項,  $C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta}$  は非線形項,  $G(\theta)$  は重力項,  $B\dot{\theta}$  は粘性摩擦項,  $D(\dot{\theta})$  はクーロン摩擦項である。

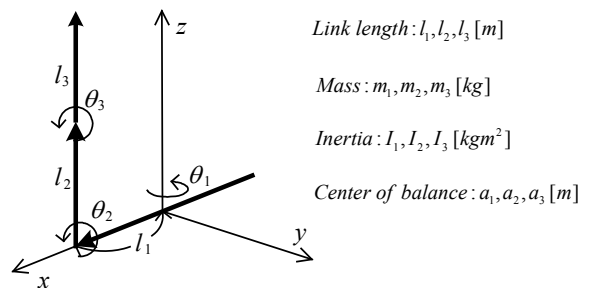


図1 回転型二重倒立振子のモデル図

1) 東海大学大学院工学研究科 院生  
2) 東海大学情報理工学部 准教授  
3) 東海大学情報理工学部 教授  
〒259-1292 平塚市北金目 1117 TEL 0463-58-1211  
4) 明治大学理工学部 教授  
〒214-8571 川崎市多摩区東三田 1-1-1 TEL 044-934-7289

$$\begin{cases} M(\theta) = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{12} & m_{22} & m_{23} \\ m_{13} & m_{23} & m_{33} \end{bmatrix}, C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{bmatrix}, \\ G(\theta) = \begin{bmatrix} 0 \\ g_2 \\ g_3 \end{bmatrix}, B\dot{\theta} = \begin{bmatrix} b_1\dot{\theta}_1 \\ b_2\dot{\theta}_2 \\ b_3\dot{\theta}_3 \end{bmatrix}, D(\dot{\theta}) = \begin{bmatrix} d_1 \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_1) \\ d_2 \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_2) \\ d_3 \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_3) \end{bmatrix} \end{cases} \dots (2)$$

但し,  $m_{11} := J_1 + J_2 S_2^2 + J_3 S_{23}^2 + 2l_2 r_2 S_2 S_{23}$ ,  
 $m_{12} := -l_1 r_1 C_2 - l_1 r_2 C_{23}$ ,  $m_{13} := -l_1 r_2 C_{23}$ ,  $m_{33} := J_3$ ,  
 $m_{22} := J_2 + J_3 + 2l_2 r_2 C_3$ ,  $m_{23} := J_3 + l_2 r_2 C_3$ ,  
 $J_1 := I_1 + m_1 a_1^2 + (m_2 + m_3) l_1^2$ ,  $J_2 := I_2 + m_2 a_2^2 + m_3 l_2^2$ ,  
 $J_3 := I_3 + m_3 a_3^2$ ,  $r_1 := m_2 a_2 + m_3 l_2$ ,  $r_2 := m_3 a_3$ ,  
 $h_1 := 2J_2 S_2 C_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + 2J_3 S_{23} C_{23} \dot{\theta}_1 (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) + r_1 l_1 S_2 \dot{\theta}_2^2$   
 $+ r_2 (h_{11} + h_{12})$ ,  
 $h_{11} := 2l_2 (C_{23} S_{23} + S_2 C_{23}) \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + 2l_2 S_2 C_{23} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3$ ,  
 $h_{12} := 2l_1 S_{23} \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 + l_1 S_{23} \dot{\theta}_2^2 + l_1 S_{23} \dot{\theta}_3^2$ ,  
 $h_2 := -J_2 S_2 C_2 \dot{\theta}_1^2 - J_3 S_{23} C_{23} \dot{\theta}_1^2 - r_2 l_2 h_{21}$ ,  
 $h_{21} := 2S_3 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 + S_3 \dot{\theta}_3^2 + C_2 S_{23} \dot{\theta}_1^2 + S_2 C_{23} \dot{\theta}_1^2$ ,  
 $h_3 := -J_3 S_{23} C_{23} \dot{\theta}_1^2 - r_2 l_2 (S_2 C_{23} \dot{\theta}_1^2 - S_3 \dot{\theta}_3^2)$ ,  
 $g_2 := -r_1 g S_2 - r_2 g S_{23}$ ,  $g_3 := -r_2 g S_{23}$ ,  
 $S_2 := \sin \theta_2$ ,  $C_2 := \cos \theta_2$ ,  $C_3 := \cos \theta_3$ ,  $S_{23} := \sin(\theta_2 + \theta_3)$ ,  
 $C_{23} := \cos(\theta_2 + \theta_3)$ .

また,  $g$  は重力加速度,  $\tau_1$  はモータからの入力トルクである。尚, 振子部分の粘性摩擦係数  $b_2, b_3$  およびクーロン摩擦  $d_2, d_3$  は微小とみなし  $b_2 = b_3 = 0, d_2 = d_3 = 0$  としている。

### 3. 制御系設計

〈3.1〉第2振子系の安定化 (1)式を平衡点近傍で線形化を行うと, 倒立振子の運動方程式は次式となる。

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{12} & m_{22} & m_{23} \\ m_{13} & m_{23} & m_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ g_2 \\ g_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \dot{\theta}_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_1 \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_1) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_\tau i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \dots (3)$$

但し,  $m_{11} := J_1$ ,  $m_{12} := -l_1(r_1 + r_2)$ ,  $m_{13} := -l_1 r_2$ ,  
 $m_{22} := J_2 + J_3 + 2l_2 r_2$ ,  $m_{23} := J_3 + l_2 r_2$ ,  $m_{33} := J_3$ ,  
 $g_2 := -(r_1 + r_2)g$ ,  $g_3 := -r_2 g$ .

であり,  $k_\tau$  はトルク定数,  $i$  はモータ電流で入力トルクを  $\tau_1 = k_\tau i$  としている。(3)式から  $\ddot{\theta}_1, \ddot{\theta}_2$  を消去して第2振子角加速度  $\ddot{\theta}_3$  に関する振子系の方程式を求めると

$$(\det M)\ddot{\theta}_3 + (H_1 g_3 - H_3 g_2)\theta_2 + (H_1 - H_3)g_3\theta_3 + H_4 b_1 \dot{\theta}_1 + H_4 d_1 \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_1) = H_4 k_\tau i \dots (4)$$

$$\begin{cases} \det M := H_1 H_2 - H_3^2, & H_1 := m_{11} m_{22} - m_{12}^2 \\ H_2 := m_{11} m_{33} - m_{13}^2, & H_3 := m_{11} m_{23} - m_{12} m_{13}, \dots \\ H_4 := m_{12} m_{23} - m_{13} m_{22} \end{cases} (5)$$

となる。ここで, 第2振子の回転角度  $\theta_3$  を安定化する設計を行う。まず, 第2振子の回転角度  $\theta_3$  に対して, その目標角度を  $r_f$  とし, その誤差  $e$  を

$$e := \theta_3 - r_f \dots (6)$$

とする。また, 参照速度  $\dot{\theta}_r$  を

$$\dot{\theta}_r := \dot{r}_f - h e, \quad (h > 0) \dots (7)$$

と定義する。さらに, 切換関数  $s_c$  を

$$s_c := \dot{\theta}_3 - \dot{\theta}_r = \dot{e} + h e \dots (8)$$

と定義するとき, (4)式の対象は不確定外乱を考慮して以下のように表すことができる。

$$\begin{cases} Y^T \alpha + H \dot{s}_c = i + w \\ H := (\det M) / H_4 k_\tau \dots \\ \dot{s}_c := \ddot{\theta}_3 - \ddot{\theta}_r \end{cases} (9)$$

$$\det M := m_{11} m_{22} m_{33} - m_{22} m_{13}^2 - m_{12}^2 m_{33} - m_{11} m_{23}^2 + 2m_{12} m_{13} m_{23} > 0 \dots (10)$$

また,  $w$  は等価外乱項,  $Y$  は計測値から構成されるベクトル,  $\alpha$  はパラメータベクトルであり, 次の(11)式で与えられる。

$$\begin{cases} Y^T = [\ddot{\theta}_r & \theta_2 & \theta_3 & \dot{\theta}_1] \\ \alpha^T = [H & \alpha_2 & (H_1 - H_3)g_3 / H_4 k_\tau & b_1 / k_\tau] \dots \\ \alpha_2 := (H_1 g_3 - H_3 g_2) / H_4 k_\tau \end{cases} (11)$$

$$\ddot{\theta}_r := \ddot{r}_f - h \dot{e} \dots (12)$$

以上の仮定の下で, 次の命題が得られる。

[命題1] V S S 適応制御の操作量及びパラメータ適応則をそれぞれ次式とする。

$$\begin{cases} i = Y^T \hat{\alpha} - k_v \operatorname{sgn}(s_c), & (k_v > 0) \\ \hat{\alpha}^T := [\hat{\alpha}_1 & \hat{\alpha}_2 & \hat{\alpha}_3 & \hat{\alpha}_4] \end{cases} \dots (13)$$

$$\dot{\hat{\alpha}} = -k_a \hat{\alpha} - \Gamma^{-1} Y s_c, \quad (k_a > 0, \Gamma > 0) \dots (14)$$

ここで,  $k_v$  はV S S ゲインであり,  $\Gamma$  は適応則ゲインで対称行列とする。目標角  $r_f$  が安定に与えられるとき,  $t \rightarrow \infty$  で  $s_c \rightarrow 0$  となる。即ち,  $e \rightarrow 0$  となり, 第2振子角  $\theta_3$  は目標角  $r_f$  に追従する。□

尚, 本研究では, 命題1のV S S 適応則を新たな提案法との比較のために使用する。また, (13)式操作量の切換えによるチャタリングを防止する為に, 符号関数  $\operatorname{sgn}(s_c)$  は次の飽和関数  $\operatorname{sat}(s_c / \delta)$  で代用する。

$$\operatorname{sat}(s_c / \delta) := \begin{cases} \operatorname{sgn}(s_c) & |s_c| > \delta \\ s_c / \delta & |s_c| \leq \delta \end{cases} \dots (15)$$

〈3.2〉倒立振子系の基本パラメータ逐次推定 命題1により振子2の安定性が保証された状態で基本パラメータを

推定する。(1)式のパラメータに関する線形関係式は

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau} &= \mathbf{M}(\boldsymbol{\theta})\ddot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{C}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}})\dot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{G}(\boldsymbol{\theta}) + \mathbf{B}\dot{\boldsymbol{\theta}} + \mathbf{D}(\dot{\boldsymbol{\theta}}) \\ &= \boldsymbol{\Phi}^T(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}, \ddot{\boldsymbol{\theta}})\boldsymbol{\zeta} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \boldsymbol{\Phi}^T(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}, \ddot{\boldsymbol{\theta}}) &:= \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 & \phi_{12} & \phi_{13} & \phi_{14} & \phi_{15} & \dot{\theta}_1 & \text{sgn}(\dot{\theta}_1) \\ 0 & \phi_{22} & \phi_{23} & \phi_{24} & \phi_{25} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \phi_{33} & 0 & \phi_{35} & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{\zeta}^T &:= [J_1 \quad J_2 \quad J_3 \quad r_1 \quad r_2 \quad b_1 \quad d_1], \boldsymbol{\tau}^T = [\tau_1 \quad 0 \quad 0] \end{aligned} \right. \quad (17)$$

但し、

$$\begin{aligned} \phi_{12} &:= S_2^2 \ddot{\theta}_1 + 2S_2 C_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2, \quad \phi_{13} := S_{23}^2 \ddot{\theta}_1 + 2S_{23} C_{23} \dot{\theta}_1 (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3), \\ \phi_{14} &:= -l_1 C_2 \ddot{\theta}_2 + l_1 S_2 \dot{\theta}_2^2, \quad \phi_{23} := \ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3 - S_{23} C_{23} \dot{\theta}_1^2, \\ \phi_{15} &:= 2l_2 S_2 S_{23} \ddot{\theta}_1 - l_1 C_{23} (\ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3) + h_{11} + h_{12}, \\ \phi_{22} &:= \ddot{\theta}_2 - S_2 C_2 \dot{\theta}_1^2, \quad \phi_{24} := -l_1 C_2 \ddot{\theta}_1 - g S_2, \\ \phi_{25} &:= -l_1 C_{23} \ddot{\theta}_1 + l_2 C_3 (2\ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3) - l_2 S_3 \dot{\theta}_3 (2\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \\ &\quad - l_2 (C_2 S_{23} + S_2 C_{23}) \dot{\theta}_1^2 - g S_{23}, \quad \phi_{33} := \ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3 - S_{23} C_{23} \dot{\theta}_1^2, \\ \phi_{35} &:= -l_1 C_{23} \ddot{\theta}_1 + l_2 (C_3 \ddot{\theta}_2 - S_2 C_{23} \dot{\theta}_1^2 + S_3 \dot{\theta}_2^2) - g S_{23}. \end{aligned}$$

として表せる。ここで、 $\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}, \ddot{\boldsymbol{\theta}})$ は regressor 行列、 $\boldsymbol{\zeta}$ は基本パラメータである。また、モータトルク定数  $k_\tau$  が不確定な場合を考慮して(16)式を次式のようにして使用する。

$$\left\{ \begin{aligned} \mathbf{i} &= \boldsymbol{\Phi}^T(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}, \ddot{\boldsymbol{\theta}})\boldsymbol{\sigma}, \quad \mathbf{i}^T := [i \quad 0 \quad 0] \\ \boldsymbol{\sigma} &:= \boldsymbol{\zeta}^T / k_\tau = [\sigma_1 \quad \sigma_2 \quad \sigma_3 \quad \sigma_4 \quad \sigma_5 \quad \sigma_6 \quad \sigma_7] \\ \sigma_1 &:= J_1 / k_\tau, \quad \sigma_2 := J_2 / k_\tau, \quad \sigma_3 := J_3 / k_\tau, \\ \sigma_4 &:= r_1 / k_\tau, \quad \sigma_5 := r_2 / k_\tau, \quad \sigma_6 := b_1 / k_\tau, \quad \sigma_7 := d_1 / k_\tau \end{aligned} \right. \quad (18)$$

また、推定モデルは

$$\left\{ \begin{aligned} \mathbf{v}(k) &= \boldsymbol{\Phi}^T(k)\hat{\boldsymbol{\sigma}}(k) \\ \hat{\boldsymbol{\sigma}}^T(k) &:= [\hat{\sigma}_1(k) \quad \hat{\sigma}_2(k) \quad \dots \quad \hat{\sigma}_7(k)] \end{aligned} \right. \quad (19)$$

であり、 $\boldsymbol{\Phi}(k)$ は(17)式の regressor 行列である。いま、計測値はモータ電流  $i$  と各回転角度  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$  のみである。推定に必要な運動データ  $\Lambda = \{i(k), \boldsymbol{\theta}(k), \dot{\boldsymbol{\theta}}(k), \ddot{\boldsymbol{\theta}}(k)\}$  において角速度  $\dot{\boldsymbol{\theta}}(k)$  と角加速度  $\ddot{\boldsymbol{\theta}}(k)$  は信号処理によって求められる。推定精度の劣化を補償した信号処理系<sup>(3)</sup>を考慮するとき、各処理は次式の離散フィルタ計算により求められる。

$$\left\{ \begin{aligned} i_a &= G_0 i, \quad \theta_a = G_0 \theta, \quad \dot{\theta}_a = G_1 \dot{\theta}, \quad \ddot{\theta}_a = G_2 \ddot{\theta} \\ \text{sgn}(\dot{\theta}_a) &= G_0 \text{sgn}(\dot{\theta}), \quad \dot{\theta} := \{\theta(k) - \theta(k-1)\} / T \\ G_1 &:= s G_0, \quad G_2 := s^2 G_0, \quad T: \text{sampling period.} \\ G_0 &:= \frac{1}{(1 + \tau_f s)^3}, \quad s = \frac{z-1}{T(z+1)} \end{aligned} \right. \quad (20)$$

また、逐次推定はサンプリング周期毎に(20)式から得られる運動データ  $\Lambda_a = \{i_a(k), \theta_a(k), \dot{\theta}_a(k), \ddot{\theta}_a(k)\}$  を用いて実施される。推定則は幾つか考えられるが、ここでは(19)式の推定モデルに対し最小2乗形一般化適応則<sup>(3)</sup>を用いることにより推定値  $\hat{\boldsymbol{\sigma}}(k)$  を得ている。

**〈3.3〉有界振子目標角を与えるSTC** (3)式から角加速度  $\ddot{\theta}_1$  および  $\ddot{\theta}_2$  に関する方程式を求めると次式

$$H_4 \ddot{\theta}_1 = (m_{22} m_{33} - m_{23}^2) \ddot{\theta}_3 + (m_{22} g_3 - m_{23} g_2) \theta_2 + (m_{22} - m_{23}) g_3 \theta_3 \quad (21)$$

$$H_4 \ddot{\theta}_2 = (m_{13} m_{23} - m_{12} m_{33}) \ddot{\theta}_3 + (m_{13} g_2 - m_{12} g_3) \theta_2 + (m_{13} - m_{12}) g_3 \theta_3 \quad (22)$$

が得られる。ここで、 $m_{13} g_2 - m_{12} g_3 = 0$  に留意する。第2振子の制御系がスライディングモードであるなら、命題1より振子角度  $\theta_3$  は目標角度に追従 ( $e=0$ ) する。すなわち、 $\theta_3 = r_f$  とみなして、 $\theta_3$  を  $r_f$  で置換えると両式は

$$\left\{ \begin{aligned} \ddot{\theta}_1 &= \rho_1 \theta_2 + \rho_2 r_f + \rho_3 \ddot{r}_f \\ \ddot{\theta}_2 &= \rho_4 r_f + \rho_5 \ddot{r}_f \end{aligned} \right. \quad (23)$$

但し、 $\rho_1 := (m_{22} g_3 - m_{23} g_2) / H_4$ ,  $\rho_2 := (m_{22} - m_{23}) g_3 / H_4$ ,  $\rho_3 := (m_{22} m_{33} - m_{23}^2) / H_4$ ,  $\rho_4 := (m_{13} - m_{12}) g_3 / H_4$ ,  $\rho_5 := (m_{13} m_{23} - m_{12} m_{33}) / H_4$ .

と記述できる。(23)式の未知パラメータ系の制御方策として、パラメータ  $\sigma_i$  を推定しながら制御器を調整するSTCを実施する。このとき、(11)式のVSS制御系のパラメータ  $\boldsymbol{\alpha}$  では(23)式の係数  $\rho_i (i=1, \dots, 5)$  を表現することは困難であるが、〈3.2〉節の推定値  $\hat{\sigma}_i(k)$  を用いると表現可能となる。また、安定化制御器にLQ制御を使用するために、(23)式を推定値  $\hat{\sigma}_i(k)$  記述の状態方程式で表記すると

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \dot{r}_f \\ \ddot{r}_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho_1 & 0 & \rho_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \rho_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \dot{\theta}_1 \\ \theta_2 \\ \dot{\theta}_2 \\ r_f \\ \dot{r}_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \rho_3 \\ 0 \\ \rho_5 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \ddot{r}_f \quad (24)$$

$\rho_1 := -g/l_1$ ,  $\rho_2 := -(\hat{\sigma}_2(k) + l_2 \hat{\sigma}_5(k)) \hat{\sigma}_5(k) g / d_n$ ,  $\rho_3 := (\hat{\sigma}_2(k) \hat{\sigma}_3(k) - l_2^2 \hat{\sigma}_5^2(k)) / d_n$ ,  $\rho_4 := -l_1 g \hat{\sigma}_4(k) \hat{\sigma}_5(k) / d_n$ ,  $\rho_5 := (l_1 \hat{\sigma}_3(k) \hat{\sigma}_4(k) - l_2 \hat{\sigma}_5^2(k)) / d_n$ ,  $d_n := l_1 (\hat{\sigma}_2(k) \hat{\sigma}_5(k) - \hat{\sigma}_3(k) \hat{\sigma}_4(k)) + l_1 l_2 \hat{\sigma}_5(k) (\hat{\sigma}_5(k) - \hat{\sigma}_4(k))$ .

となる。第2振子の目標角加速度  $\ddot{r}_f$  を制御入力と考えた(24)式のシステムにおいて、次の評価関数  $J$

$$\left\{ \begin{aligned} J &= \int_0^\infty (\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \ddot{r}_f^T R \ddot{r}_f) dt, \quad (\mathbf{Q} \geq 0, R > 0) \\ \mathbf{x}^T &:= [\theta_1 \quad \dot{\theta}_1 \quad \theta_2 \quad \dot{\theta}_2 \quad r_f \quad \dot{r}_f] \end{aligned} \right. \quad (26)$$

を最小にするフィードバックゲイン  $F_o$  を制御周期毎に求め

$$\left\{ \begin{aligned} \ddot{r}_f &= \mathbf{F}_o^T \mathbf{x}, \\ \mathbf{F}_o^T &:= [f_1 \quad f_2 \quad f_3 \quad f_4 \quad f_5 \quad f_6] \end{aligned} \right. \quad (27)$$

を更新する。ここでは、(24)式からハミルトン行列を構成し、QR法(ダブルQR法を含む)によってリカッチ解を求める固有ベクトル法を採用しているが、繰返し計算の収束を加速する等、実時間処理に適した形に独自開発している。

#### 4. ロバスト性を向上させたVSS適応制御系

基本パラメータ推定における精度向上策の1つとして、VSS制御と併行して摂動トルクを操作量に重畳させる手法

が考えられる。ここでは、 $\sigma$ -修正法を応用して摂動信号に耐えられるロバスト性を向上した適応制御則を以下に示す。

[命題2] (28)式のVSS適応制御の操作量に対し、パラメータ適応則を(29)式とする。また、パラメータ $\mathbf{p}$ は初期値を $\mathbf{p}=\mathbf{0}$ とし、基本パラメータ推定値 $\hat{\sigma}(k)$ を用いて(30)式によって与えられるものとする。また、 $d_n \neq 0$ とする。

$$\begin{cases} i = Y^T \hat{\alpha} - k_v \text{sat}(s_c/\delta), & (k_v > 0) \\ \hat{\alpha}^T := [\hat{\alpha}_1 \quad \hat{\alpha}_2 \quad \hat{\alpha}_3 \quad \hat{\alpha}_4] \end{cases} \dots\dots\dots (28)$$

$$\begin{cases} \dot{\hat{\alpha}} = k_a \varphi - \Gamma^{-1} Y s_c, & (k_a > 0, \Gamma > 0) \\ \varphi := \mathbf{p} - \hat{\alpha} \\ \mathbf{p}^T := [p_1/d_n \quad p_2/d_n \quad p_3/d_n \quad p_4] \end{cases} \dots\dots\dots (29)$$

$$\begin{aligned} p_1 &:= \hat{\sigma}_1 \hat{\sigma}_2 \hat{\sigma}_3 - l_2^2 \hat{\sigma}_1 \hat{\sigma}_5^2 - l_1^2 (\hat{\sigma}_2 \hat{\sigma}_5^2 + \hat{\sigma}_3 \hat{\sigma}_4^2 - 2l_2 \hat{\sigma}_4 \hat{\sigma}_5^2) \\ p_2 &:= (\hat{\sigma}_3 \hat{\sigma}_4 - \hat{\sigma}_2 \hat{\sigma}_5 + l_2 \hat{\sigma}_5 (\hat{\sigma}_4 - \hat{\sigma}_5)) \hat{\sigma}_1 g \\ p_3 &:= (l_1^2 \hat{\sigma}_4 (\hat{\sigma}_4 + \hat{\sigma}_5) - \hat{\sigma}_1 \hat{\sigma}_2) \hat{\sigma}_5 g, \quad p_4 = \hat{\sigma}_6(k) \\ d_n &:= l_1 (\hat{\sigma}_2(k) \hat{\sigma}_5(k) - \hat{\sigma}_3(k) \hat{\sigma}_4(k)) + l_2 \hat{\sigma}_5(k) (\hat{\sigma}_5(k) - \hat{\sigma}_4(k)) \end{aligned} \dots\dots\dots (30)$$

ここで、 $k_v$ はVSSゲイン、 $k_a$ はパラメータ誤差 $\varphi$ のゲイン、 $\Gamma$ は適応則ゲインで対称行列とする。目標角 $r_f$ が安定に与えられ、(9)式のシステム外乱に関する次の条件

$$|s_c| > \delta \text{ のとき, } |w| < k_v + k_a \|\varphi\|^2 \lambda_{\min}(\Gamma)/\delta \dots (31)$$

$$|s_c| \leq \delta \text{ のとき, } |w| < k_a \|\varphi\|^2 \lambda_{\min}(\Gamma)/\delta \dots\dots\dots (32)$$

の元で、 $t \rightarrow \infty$ で $s_c \rightarrow 0$  即ち、 $e \rightarrow 0$ となり、第2振り角 $\theta_3$ は目標角 $r_f$ に追従する。□

## 5. 適応制御シミュレーション

提案法を検証する為に数値シミュレーションを実施する。表1は二重倒立振子の基本パラメータを示し、表2は使用した諸定数である。シミュレーションではロバスト性能を確認する為に開始から10秒間、振幅1.4[A]、周期1秒のパルス

表1 回転型二重倒立振子の基本パラメータ

$J_1$	$J_2$	$J_3$	$r_1$	$r_2$	$b_1$	$d_1$
1.424e-2	3.583e-3	2.363e-3	1.890e-2	6.750e-3	2.500e-3	1.351e-1

表2 適応制御シミュレーションの諸条件

coefficient in switching function : $h$	$h = 20$
VSS scalar gain in control input : $k_v$	$k_v = 2.0$
VSS adaptive gain : $\Gamma = \gamma I$	$\gamma = 10$
boundary layer in saturation function : $\delta$	$\delta = 0.1$
filter constant for estimation system: $\tau_f$ [sec]	$\tau_f = 0.03$
filter constant for control system: $\tau_v$ [sec]	$\tau_v = 0.01$
sampling period : $T$ [sec]	$T = 0.002$
VSS adaptive gain of $\varphi$ : $k_a$	$k_a = 10$
weight of $J$ : $Q = \text{diag}(10^2, 10^2, 10, 10, 10, 10)$ , $R = 10^2$	

摂動信号を操作量に重畳している。図2に命題2による結果を示す。摂動信号停止後、図(e)の基本パラメータが揺動するものの図(f)のフィードバックゲインには殆ど影響がない。最後に、命題1は命題2の $\mathbf{p}=\mathbf{0}$ とした適応則であり、外乱に対しロバストであるが、本シミュレーションと同条件では摂動信号に耐えられず、安定化できない点に留意する。

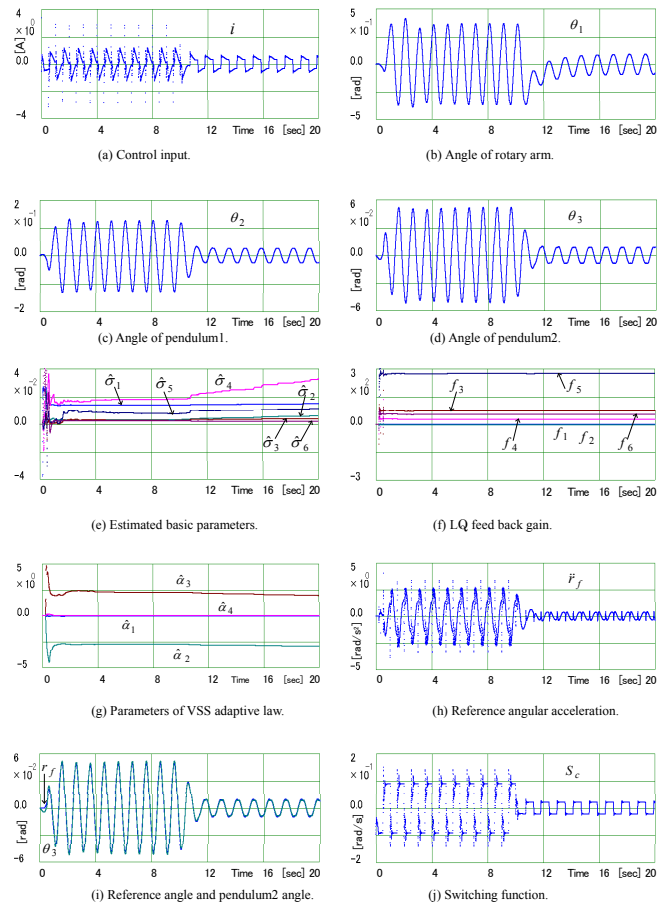


図2 適応制御シミュレーション結果

## 6. むすび

本研究では、回転型二重倒立振子の基本パラメータを未知としたVSSロバスト適応制御系設計の一方法を提案し、シミュレーションを通してその有効性を示した。また、適応制御による二重倒立振子系の安定化については報告例がなく、意義あるものと考えられる。

## 参考文献

- (1) J.-J. E. Slotine and W. Li, "Adaptive manipulator control: A Case study", IEEE Trans. AC-33, No.11, pp.995-1003 (1988)
- (2) G. A. Medrano-Cerda: "Robust computer control of an inverted pendulum", IEEE Contr. Syst. Magazine, pp.58-67 (1995)
- (3) 平田弘志, 高部知博, 穴吹雅敏, 大内茂人: "セルフチューニング制御器を組込んだ回転型倒立振子のVSSロバスト適応制御", 電気学会論文集C, Vol.128, No.4, pp.618-627 (2008)
- (4) P. A. Ioannou and P. V. Kokotovic: "Robust Redesign of Adaptive Control" IEEE Trans. AC-29, No.3, pp.202-211 (1984)
- (5) M. Yamakita, K. Furuta, K. Konohara, J. Hamada and H. Kusano, "VSS Adaptive Control Based on Nonlinear Model for TITech Pendulum", Proc. IEEE IECON'92, pp.1488-1493 (1992)