

# 簡易推定 STC を用いた車輪型倒立ロボットの VSS 適応制御

○藤田 廉 (東海大学), 平田 弘志 (東海大学)

## VSS Adaptive Control for a Wheeled Inverted Pendulum Robot Using a STC by Simplified Estimation

○Ren FUJITA(Tokai Univ.), and Hiroshi HIRATA(Tokai Univ.)

Abstract: Inverted pendulum is an unstable system and have been used to confirm the effectiveness of the control method for a long time. In recent years, application study of wheeled inverted pendulum (WIP) robot is very active. Most of these discussions are either the stabilization or the position control in parameter known system. Few studies consider case of unknown parameter system. In this study, such VSS adaptive control system as tracking the reference input is applied to the pendulum of WIP and the wheel part is also stabilized by means of self-tuning control (STC) that assures the boundary reference angle of the pendulum. In addition, the estimation rule for estimating a parameter is simplified.

### 1. はじめに

近年, セグウェイ等に代表される倒立二輪ロボット技術には安定化制御や位置姿勢の制御が必要不可欠である. このような対象は, 重量・慣性が一定ではなく変化がみられることがある. このように不安定な対象では, 安定度に大きな影響を及ぼす要因となるため, 設計パラメータ不一致の問題は可能ならば排除して適応的手法の導入を考慮すべきである. したがって, 本実験では運転に際して, 未知パラメータを推定しながら適切な制御器の調整を実施することが必要である.

本研究では, 左右の車輪が独立して動く車輪型倒立振子を構成し, 振子の重量変化及び慣性モーメントの変化に対する制御系を考察する. この研究の初期段階では, 未知パラメータ算出のために多くのパラメータを推定していたため, 推定精度向上のための摂動トルクを操作量に重畳が必要となっていた. その為, 制御対象に揺れが生じてしまうことが問題である. この摂動トルク重畳を排除することができれば, モビリティタイプへの応用にも有用と考え, 対象に 2 種類の適応制御系と簡易推定側を用い安定化と摂動信号の排除を図っている.

### 2. 制御対象

実験で使用する車輪倒立振子ロボットの実機写真と, それを簡略化したモデル図を Fig.1 及び Fig.2 にそれぞれ示す. また, Table1 に制御対象の物理パラメータを示す. 実験機は, 左右の車輪を独立して動かすために, ハーモニックギア付 DC モータが車輪別のシャフトに, タイミングプーリを介して連結されている. モータ側とシャフト側のギア比は, 車輪の速度を出すため 2.4

倍となっている. このモータはエンコーダと一体型となっており, 車輪の角度検出も兼ねている. また, 振子の角度検出のため 1 回転 2500 パルスの光学式エンコーダを別に取り付け, 出力を 4 通倍し値を得ている.

実験機上部には, 錘を載せられる仕様になっており重量・慣性変化をつけられるようになっている.

Table1 Parameter of Controlled Object

名称	記号 [単位]
振子の質量	$M_b$ [kg]
車輪の質量	$M_w$ [kg]
車体の慣性モーメント	$J_w$ [kgm <sup>2</sup> ]
車輪回転軸周り慣性モーメント	$J_w$ [kgm <sup>2</sup> ]
旋回軸回りの慣性モーメント	$J_\phi$ [kgm <sup>2</sup> ]
振子の角度	$\psi$ [rad]
右車輪の角度	$\theta_r$ [rad]
左車輪の角度	$\theta_l$ [rad]
車体の旋回角度	$\phi$ [rad]
車輪部の粘性摩擦係数	$\beta_w$ [kgm <sup>2</sup> /s]
振子部の粘性摩擦係数	$\beta_b$ [kgm <sup>2</sup> /s]
車輪半径	$R$ [m]
振子の端から重心までの長さ	$L$ [m]

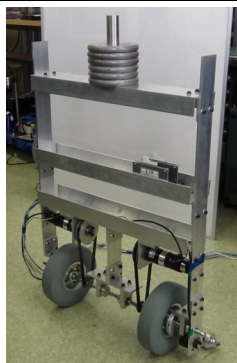


Fig.2.1 Controlled Object

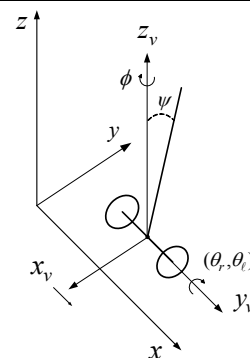


Fig.2.2 Modeling

### 3. 運動方程式

制御対象の運動方程式は、Euler-Lagrange 方程式を使用してシステムティックに導出される。導出したものを次式(1)に示す。

$$H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + D\dot{q} + E(\dot{q}) = Qu \quad (1)$$

$$H(q) = \begin{bmatrix} h_0 & h_1 & 0 \\ h_1 & h_0 & 0 \\ 0 & 0 & h_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -h_a & h_a & h_b \\ h_a & -h_a & h_b \\ h_b & h_b & 0 \end{bmatrix}, \quad Qu = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_r \\ \tau_l \end{bmatrix}$$

$$C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} c_a & -c_a & c_b \\ -c_a & c_a & c_b \\ c_c & -c_c & 0 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} \beta_b + \beta_m & 0 & -\beta_b \\ 0 & \beta_b + \beta_m & -\beta_b \\ -\beta_b & -\beta_b & 2\beta_b \end{bmatrix}$$

$$G(q) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -gLm_b \sin \psi \end{bmatrix}, \quad E(\dot{q}) = \begin{bmatrix} E_r \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_r) \\ E_l \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_l) \\ 0 \end{bmatrix}, \quad q = \begin{bmatrix} \theta_r \\ \theta_l \\ \psi \end{bmatrix}$$

$$h_0 = \frac{M_b R^2}{4} + M_w R^2 + \frac{M_b L^2 R^2}{2W^2} + \frac{R^2}{W^2} J_\phi + J_w + \rho^2 J_m$$

$$h_1 = \frac{M_b R^2}{4} - \frac{M_b L^2 R^2}{2W^2} - \frac{R^2}{W^2} J_\phi, \quad h_2 = M_b L^2 + J_\psi$$

$$h_a = \frac{M_b L^2 R^2 \cos(2\psi)}{2W^2}, \quad h_b = \frac{M_b LR \cos \psi}{2}$$

また、(1)式で使用した一般化座標  $q := (\theta_r, \theta_l, \psi)$  は並進位置  $x_v$  や旋回角度  $\phi$  を含んでいないため、新たな一般化座標  $r := [x_v, \phi, \psi]^T$  を使用し、座標変換  $r = J_r q$

$$\begin{bmatrix} x_v \\ \phi \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R/2 & R/2 & 0 \\ -R/W & R/W & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_r \\ \theta_l \\ \psi \end{bmatrix} \quad (2)$$

を施したものが(3)式である。この時、振子部の粘性摩擦は微小であるとみなし  $\beta_b \approx 0$  としている。

$$H_b(r)\ddot{r} + C_b(r, \dot{r})\dot{r} + G_b(r) + D_b\dot{r} + E_b(\dot{r}) = Q_b u \quad (3)$$

$$H_b = \begin{bmatrix} J_1 & 0 & ArC \\ 0 & AS^2 J_2 + J_4 & 0 \\ ArC & 0 & AJ_3 \end{bmatrix}, \quad C_b(r, \dot{r})\dot{r} = \begin{bmatrix} -ArS\dot{\psi}^2 \\ 2AJ_2 SC\dot{\psi}\dot{\phi} \\ -AJ_2 SC\dot{\phi}^2 \end{bmatrix}$$

$$G_b(r) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -ArgS \end{bmatrix}, \quad E_b(\dot{r}) = \begin{bmatrix} R\{E_l \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_l) + E_r \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_r)\}/2 \\ WR\{E_l \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_l) - E_r \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_r)\}/4 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$D_b\dot{r} = \begin{bmatrix} \rho^2 \beta_m \dot{x}_v \\ W^2 \rho^2 \beta_m \dot{\phi}/4 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad Q_b u = \begin{bmatrix} R/2 & R/2 \\ -WR/4 & WR/4 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_r \\ \tau_l \end{bmatrix}, \quad r = \begin{bmatrix} x_v \\ \phi \\ \psi \end{bmatrix}$$

ここで、 $g$  は重力加速度、 $W$  は車輪軸の距離、 $\tau_r, \tau_l$  は駆動部の入力トルク、 $E_r, E_l$  は駆動部のクーロン摩擦係数である。また、振子部のクーロン摩擦については小さいものと考え、無視することで単純化している。

### 4. 制御系設計

対象を振子系と車輪系に分け 2 種類の適応制御系を構築する。振子系に対し目標追従型の VSS 適応制御系を構築し振子系がスライディングモードであることを

仮定する。また、車輪系の安定性と有界な振子目標角を保証するために STC 系を構築する。

#### <4.1>振子系の安定化

(3)式を平衡点近傍で線形化を行うと、倒立振子の運動方程式は(4)式となる。

$$\begin{cases} H_k \ddot{f} + G_k \ddot{\psi} + D_k \dot{f} + E_k = \tau_k \\ Ar\ddot{x}_v + AJ_3 \ddot{\psi} - Arg\psi = 0 \rightarrow r\ddot{x}_v + J_3 \ddot{\psi} - rg\psi = 0 \end{cases} \quad (4)$$

$$H_k = \begin{bmatrix} J_1 & 0 \\ 0 & J_4 \end{bmatrix}, \quad G_k = \begin{bmatrix} Ar \\ 0 \end{bmatrix}, \quad D_k = \begin{bmatrix} \rho^2 \beta_m & 0 \\ 0 & W^2 \rho^2 \beta_m / 4 \end{bmatrix}$$

$$E_k = \begin{bmatrix} R\{E_l \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_l) + E_r \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_r)\}/2 \\ WR\{E_l \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_l) - E_r \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_r)\}/4 \end{bmatrix}, \quad \tau_k = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}, \quad f = \begin{bmatrix} x_v \\ \phi \end{bmatrix}$$

また、 $k_r$  はトルク定数、 $i$  はモータ電流で入力トルク  $\tau_i = k_r i$  としている。(4)式から振子系方程式は

$$\det M \ddot{\psi} + p_1 \dot{\psi} + p_2 \dot{x}_v + p_3 \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_l) + p_4 \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_r) = ru_1 \quad (5)$$

但し、 $\det M = J_1 J_3 - Ar^2$ ,  $p_1 = -J_1 rg$ ,  $p_2 = -r\rho^2 \beta_m$

$$p_3 = -RrE_l/2, \quad p_4 = -RrE_r/2, \quad \tau_l = k_r i_l, \quad \tau_r = k_r i_r$$

ここで、振子の角度を安定にする設計を行う。

$\psi$ : 振子回転角度,  $r_f$ : 目標角,  $e$ : 誤差,  $\dot{\psi}_r$ : 参照速度  $s_c$ : 切換関数を次式のように定義する。

$$e := \psi - r_f, \quad \dot{\psi}_r := \dot{r}_f - he, (h > 0), \quad s_c := \dot{\psi} - \dot{\psi}_r = \dot{e} + he \quad (6)$$

また、(5)の対象に対して不確定外乱を考慮すると次のように表わすことができる。

$$\begin{cases} Y^T \alpha + Hs_c = i + w \\ H := \det M / C_l, \quad C_l = Rrk_r / 2 \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} Y^T = [\ddot{\psi}_r, \psi, \dot{x}_v, \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_l), \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_r)] \\ \alpha^T = [H, p_1/C_l, p_2/C_l, p_3/C_l, p_4/C_l] \end{cases} \quad (8)$$

以上の仮定の下で、VSS 適応制御則を以下に示す。

$$\begin{cases} \dot{i} = Y^T \hat{\alpha} - k_v \operatorname{sat}(s_c / \delta), \quad k_v > 0 \\ \dot{\hat{\alpha}} = -k_a \hat{\alpha} - \Gamma^{-1} Y s_c, \quad \hat{\alpha} = [\hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2, \hat{\alpha}_3, \hat{\alpha}_4, \hat{\alpha}_5]^T \end{cases} \quad (9)$$

ここで、 $k_v$  は VSS ゲインであり、 $\Gamma$  は適応則ゲインで対象行列とする。よって、目標角  $r_f$  が安定に与えられるとき、 $t \rightarrow \infty$  で  $s_c \rightarrow 0$  となり、振子角  $\psi$  は目標角  $r_f$  に追従する。

#### <4.2>振子目標角を生成する STC

VSS 適応則により、振子制御系が素早くスライディングモード制御に到達し、振子角度  $\psi$  は目標角度  $r_f$  に追従する。すなわち、(2)式の車輪系

$$r\ddot{x}_v + J_3 \ddot{\psi} - rg\psi = 0 \quad (10)$$

において  $\psi = r_f$  とみなし  $\psi$  を  $r_f$  と置き換えると車輪系方程式は次式となる。

$$\ddot{x}_v = \rho_0 r_f + \rho_1 \ddot{r}_f \quad (11)$$

但し、 $\rho_0 := g$ ,  $\rho_1 := -J_3 / r$

また、(11)式を状態方程式で表すと(12)式となる。

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_v \\ \dot{r}_f \\ \ddot{r}_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \rho_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_v \\ r_f \\ \dot{r}_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \rho_1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \ddot{r}_f \quad (12)$$

ここで、式(12)のように $x_v$ をフィードバックしないことによって、振子の重心が傾いた方向へ進むような動きを実現している。

次に(12)式の未知パラメータ系において、パラメータ $\rho_1$ を逐次推定しながら制御器を調整するSTCを実施する。振子目標角加速度 $\ddot{r}_f$ を制御入力と考えた(12)式のシステムにおいて、次の評価関数 $J$

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + \ddot{r}_f^T R \ddot{r}_f) dt, (Q \geq 0, R > 0), \quad x^T := [\dot{x}_v \quad r_f \quad \dot{r}_f] \quad (13)$$

を最小にするフィードバックゲイン $F_o^T$ を制御周期毎に求め

$$\ddot{r}_f = -F_o^T x, \quad F_o^T := [f_1 \quad f_2 \quad f_3] \quad (14)$$

を更新する。

これにより、車輪系を安定にする振子目標角加速度 $\ddot{r}_f$ が求められ、これを積分することにより振子の目標角 $r_f$ を求めている。

## 5. シミュレーションの結果

まず予備実験として、今回構成した制御系を用いて実験機を想定したシミュレーションを行った。摂動トルクを重畳した場合としない場合の結果をそれぞれFig.5.1とFig.5.2に示す。また、この時のシミュレーションの諸条件をTable5.1に示す。Fig5.1(h)とFig5.2(h)は目標角度と振り角度を示している。どちらも振り角度は目標角度にほぼ誤差なく追従している。また、振子の揺れも角度が1度未満ととても安定した倒立が行われていることが分かる。Fig5.1(e), (f)とFig5.2(e), (f)はVSS系の可調整パラメータ $\hat{a}$ とSTC系パラメータ推定値 $\hat{\rho}$ の推移を示している。摂動を重畳しない場合も重畳した場合同様、ある一定の値に速やかに収束している。このことから、このシステムは摂動を操作量に重畳しない場合にも有用であると考えられる。また、Fig5.1(a), (b)はロボットの位置 $x_v$ と旋回角度 $\phi$ を示している。ロボットの位置は徐々に動いていき、旋回角度もそれに伴い回転していることが分かる。よって制御対象は重心点が円軌跡を描くように動いていると考える。

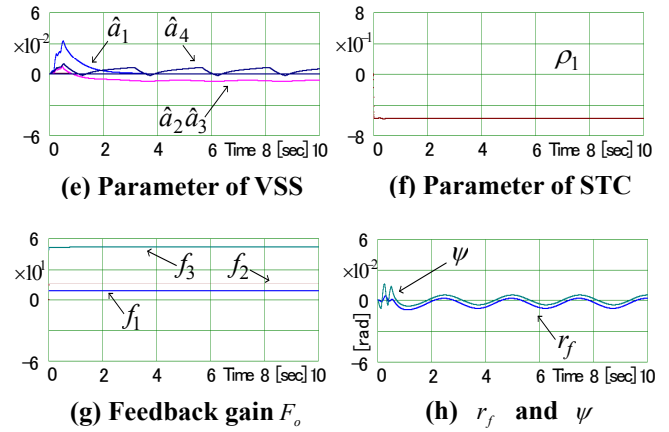
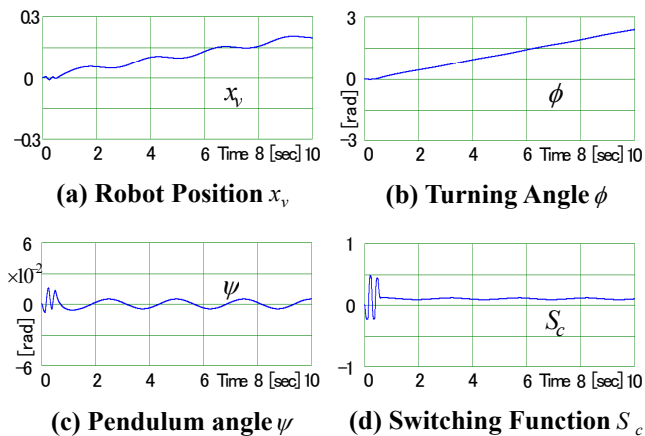


Fig5.1 Simulation Result

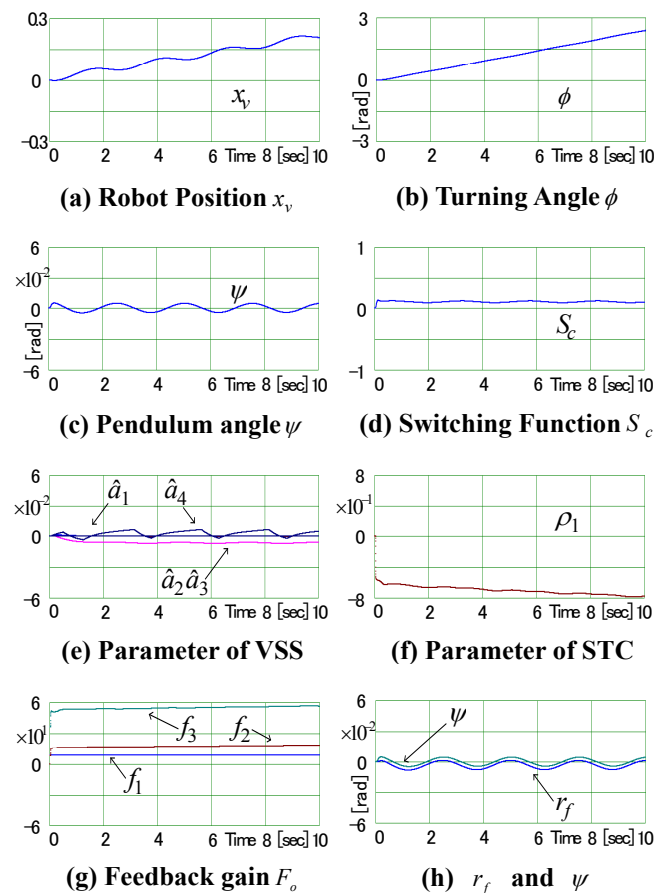


Fig5.2 Simulation without perturbation

Table5.1 Condition of Simulation

	摂動あり	摂動なし
サンプリング周期	$T = 0.001$	$T = 0.001$
切替関数の定数	$h = 30$	$h = 30$
境界層	$\delta = 0.6$	$\delta = 0.6$
VSS ゲイン	$k_v = 1.5$	$k_v = 1.5$
VSS 適応ゲイン	$\Gamma = 10$	$\Gamma = 10$
摂動入力時間[s]	1	0
パルス信号(振幅/周期)	0.7 / 0.25	0

## 6. 実機実験の結果

Fig.2.1 に示した制御対象を使用し、実験を行った。実験機を任意の方向に移動させるため振子を傾けることで重心をずらしている。また、回転させるため左右の操作量のトルク比を変えている。この実験の諸条件はシミュレーション同様 Table5.1 となっている。

### 6.1 錘を載せない場合の実験結果

Fig6.1(a), (b)はロボットの位置  $x_v$  と旋回角度  $\phi$  を示している。シミュレーション同様ロボットの位置は徐々に動いていき、旋回角度もそれに伴い回転していることが分かる。制御対象は重心点が円軌跡を描くように動いている。Fig.6.1 (h)は目標角度と振り角度を示している。シミュレーションに比べ振り角度と目標角度の誤差が大きいように見受けられるが値でみると 1 度未満であり、安定した制御が行われていると考えられる。Fig6.1(d)は切替関数  $S_c$  を示したものである。0 に収束はしないが境界層 0.6 以内に留まっている。Fig6.1(e) (f)は可調整パラメータ  $\hat{a}$  と STC 系パラメータ推定値  $\hat{\rho}$  の推移を示している。シミュレーションに比べ推定値  $\hat{\rho}$  は収束するまで時間がかかっているが、推定は行えている。また、Fig.6.1(g)は、STC 系のフィードバックゲイン  $F_o$  の推移であり、制御開始 1 秒ほどで変化の少ない  $F_o$  が導出されている。

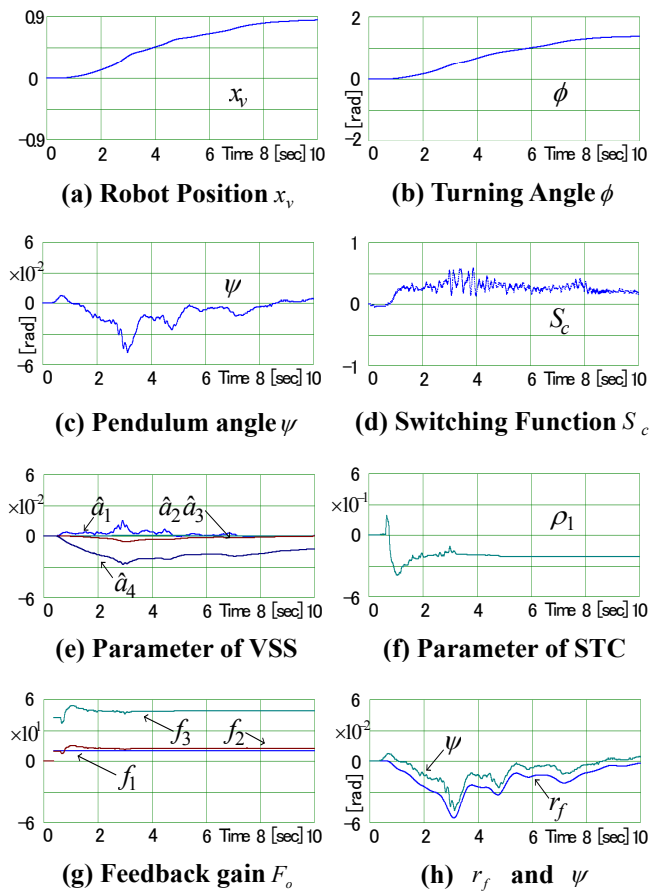


Fig6.1 Experiment Result

### 6.2 錘を載せた場合の実験結果

この実験では、実験機上部 6kg の錘を載せ検証を行っている。Fig.6.1 と比べ Fig6.2 を見ると Fig6.2(e), (f) の推定値  $\hat{\rho}$  とそれに基づいて設計されるフィードバックゲイン  $F_o$  の導出に少々遅れが出てきているが Fig6.1(c) と Fig6.2(c) から安定性の劣化はほぼ見られないことがわかる。このことから、このシステムは慣性・重量変化にも有用であると考えられる。

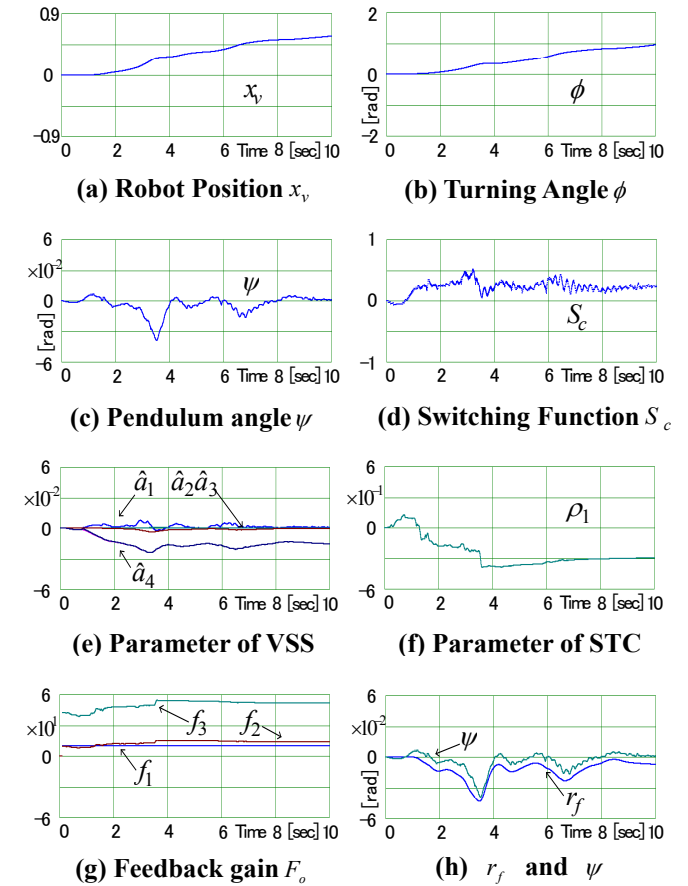


Fig6.2 Experiment Result

## 7. おわりに

左右の車輪が独立して動く車輪型倒立振子ロボットを構成し、車輪の径以外の基本パラメータを未知とした場合に対し、VSS 適応制御と STC の二つの適応制御系と簡易推定則を用いた設計を提案し有効性をシミュレーションと実機実験にて確認した。今後は、モビリティタイプへの運用も検討している。

### 参考文献

- (1) 平田弘志, 高部知博, 穴吹雅敏, 大内茂人 “セルフチューニング制御機を組み込んだ回転型倒立振子の VSS 適応制御” 電気学会論文誌 C(電子・情報・システム部門誌), Vol.128(2008), No.4, pp618-627
- (2) 藤田 廉, 下山 修, 平田弘志 “簡易推定則による車輪型倒立振子の適応制御” 平成 26 年度電気学会全国大会(2014)