

VSS 適応制御を用いた車輪型倒立振子の安定化制御に関する研究

○諸墨 享 (東海大学), 平田 弘志 (東海大学), 大内 茂人 (東海大学)

A Control of the Wheeled Inverted Pendulum by using VSS Adaptive Control

○Akira MOROZUMI (Tokai Univ.), Hiroshi HIRATA (Tokai Univ.), and Shigeto OUCHI (Tokai Univ.)

Abstract: In this paper, we describe the stabilization of the Wheeled Inverted Pendulum that imitates a Personal Transporter. If the system is a vehicle it has a problem that the characteristic changes depending on the weight of the rider. Then we propose the system by using effective VSS(Variable Structure System) adaptive control system for the parameter change.

1. 緒言

本研究では電動立ち乗り二輪車を模した車輪型倒立振子を制御対象とし安定化制御を行う。倒立振子系は各種の制御系設計法を検証する意味で古くから数多くの研究報告がなされており、近年では乗り物としての実用化、学習教材としての製品などもされている。

しかし研究が盛んな一方で、パラメータを未知として適応制御を検証した報告は少ない。その理由として、倒立振子系は不安定系でありパラメータが未知であると安定性の保証が難しいことが挙げられる。また、この倒立振子を乗り物として考えた場合、乗り手の体重変化が問題となり、パラメータ変動を考慮しない従来の制御法だと制御性能が劣化してしまう。

そこで、不安定な未知パラメータ系・パラメータ変動系に対して有効な VSS 適応制御を用いて車輪型倒立振子の安定化制御を行い、乗り手の体重変化を考慮した制御系を提案する。

2. 制御対象

車輪型倒立振子の実機写真、モデル図をそれぞれ Fig.1, Fig.2 にパラメータ表を Table.1 に示す。アクチュエータとして、車輪にプーリ比 1:2 で 24[V]-18.5[W] の DC モータが取り付けられており、センサは振り角度、車輪角度検出にロータリエンコーダを用いている。

2.1 運動方程式

モデル図より倒立振子の運動方程式は次式で表せる。

$$\begin{aligned} & \{J_w + J_p + (M_w + M_p)r^2 + M_p l^2 + 2M_p r l \cos\theta\} \ddot{\theta} \\ & + \{J_w + (M_w + M_p)r^2 + M_p r l \cos\theta\} \ddot{\alpha} - M_p g l \sin\theta - M_p r l \dot{\theta}^2 \sin\theta = 0 \end{aligned} \quad \dots(1)$$

$$\begin{aligned} & \{J_w + (M_w + M_p)r^2 + M_p r l \cos\theta\} \ddot{\theta} + \{J_w + (M_w + M_p)r^2\} \ddot{\alpha} \\ & + \mu_2 \dot{\alpha} - M_p r l \dot{\theta}^2 \sin\theta + d_2 \operatorname{sgn}(\dot{\alpha}) = k_t i \end{aligned} \quad \dots(2)$$

ただし、 g は重力加速度、 d_2 は車輪のクーロン摩擦係数、振子の粘性摩擦およびクーロン摩擦は微小とみなし無視している。

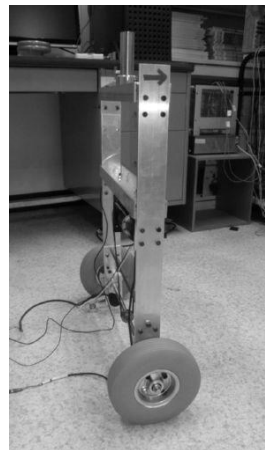


Fig.1 実機写真

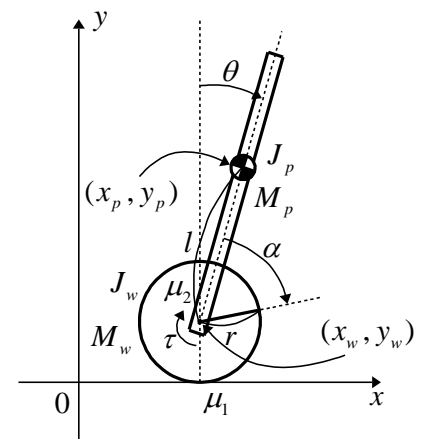


Fig.2 モデル図

Table.1 パラメータ表

名称	記号 [単位]
振子の質量	M_p [kg]
振子の重心周りの慣性モーメント	J_p [kgm ²]
車輪の質量	M_w [kg]
車輪の重心周りの慣性モーメント	J_w [kgm ²]
車輪と路面との間の粘性摩擦係数	μ_1 [kgm ² /s]
振子と車輪との間の粘性摩擦係数	μ_2 [kgm ² /s]
車輪半径	r [m]
振子の端から重心までの長さ	l [m]
振子の重心位置	x_p, y_p [m]
車輪の重心位置	x_w, y_w [m]
トルク定数	k_t [Nm/A]
振子の角度	θ [rad]
振子からみた車輪の角度	α [rad]
モータ電流	i [A]

2.2 状態方程式

式(1), (2)を平衡点近傍で線形近似を施すと、倒立振子の運動方程式は次式となる。

$$\begin{bmatrix} J_1 & J_{23} \\ J_{23} & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\alpha} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \mu_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -wg & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \alpha \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ d_2 \operatorname{sgn}(\dot{\alpha}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ k_t i \end{bmatrix} \quad \dots(3)$$

ただし, $J_1 = I_1 + I_2 + 2rw$, $J_4 = I_2$, $J_{23} = I_2 + rw$

$$I_1 = J_p + M_p l^2, \quad I_2 = J_w + (M_w + M_p) r^2, \quad w = M_p l$$

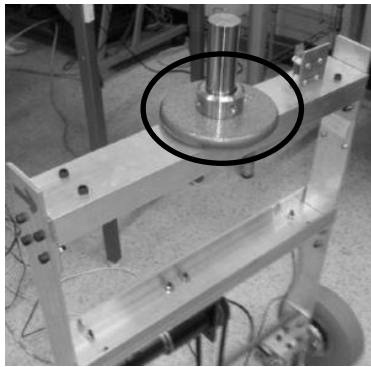
また, クーロン摩擦を無視して式(3)を整理すると状態方程式は次のように得られる.

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{J_4 w g}{\det J} & 0 & 0 & \frac{J_{23} \mu_2}{\det J} \\ -\frac{J_{23} w g}{\det J} & 0 & 0 & -\frac{J_1 \mu_2}{\det J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \alpha \\ \theta \\ \alpha \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{J_{23} k_r}{\det J} \\ \frac{J_1 k_r}{\det J} \end{bmatrix} i \quad \dots(4)$$

ただし, $\det J = J_1 J_4 - J_{23}^2 > 0$

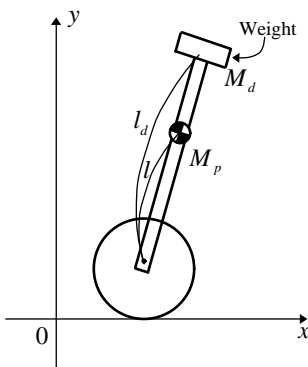
2.3 制御対象のパラメータ変動

乗手の体重変化をパラメータ変動と考え, Fig.3 のように実機の振り先端に錘を取り付ける. また, そのときのモデル図を Fig.4 に示す. 錘を取り付けることによって, 振子の質量, 振子の重心までの長さ, 振子の慣性モーメントとの値が変わり, 制御対象の特性(固有値)が変化する.



振子の質量
 $M_p = 4.38$ [kg]
振子の重心までの長さ
 $l = 0.33$ [m]
錘の質量
 $M_d = 1.0 \sim 4.0$ [kg]
錘までの長さ
 $l_d = 0.57$ [m]

Fig.3 錘を取り付けた倒立振子の実機写真



錘を取り付けた時の振子のパラメータ
質量
 $\tilde{M}_p = M_p + M_d$
重心までの長さ
 $\tilde{l} = \frac{M_p l + M_d l_d}{M_p + M_d}$
慣性モーメント
 $\tilde{I}_1 = \frac{4}{3} \tilde{M}_p \tilde{l}^2$

Fig.4 錘を取り付けた倒立振子のモデル図

3. 最適レギュレータによる安定化制御

3.1 最適レギュレータの設計

式(4)の状態方程式を用いて最適レギュレータを設計する. ただし, 最適レギュレータの設計の前にパラメータ同定実験を行い, 式(4)内のパラメータは全て既知とする.

$$\text{制御則: } u = -f_c x \quad \dots(5)$$

$$\text{ただし, } x^T = [\theta \quad \alpha \quad \dot{\theta} \quad \dot{\alpha}], \quad u = i$$

フィードバックゲイン f_c は最適設計により, 以下の評価関数 J を最小にするように与えられる.

$$\text{評価関数: } J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + R u^2) \quad \dots(6)$$

ただし, $Q \geq 0, R > 0$ (重み行列)

3.2 最適レギュレータの実験結果

式(7)の設定で行った実験結果を Fig.5 に示す.

$$\begin{cases} \text{初期値: } x^T(0) = [1.5 \times \pi / 180 \text{ [rad]} \quad 0 \quad 0 \quad 0] \\ \text{重み行列: } Q = \text{diag}(100, 1, 1, 1), \quad R = 10 \\ \text{フィードバックゲイン: } f_c = [-23.2 \quad -0.316 \quad -5.46 \quad -1.07] \end{cases} \quad \dots(7)$$

Fig.5 の実験結果より, 状態方程式のパラメータが全て既知で, パラメータ変動が存在しないとき, 最適レギュレータによって倒立振子の安定化制御が行われていることが確認できる. 車輪角度が 0 に収束していないが, それは式(7)の設計パラメータで振子に重きを置いているからである.

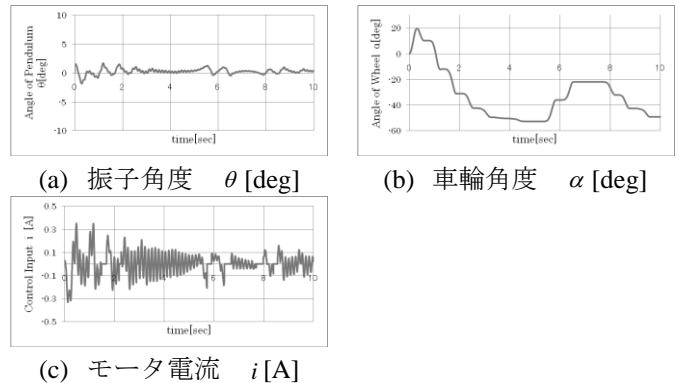


Fig.5 最適レギュレータの実験結果

3.3 荷重変化を伴う最適レギュレータ

最適レギュレータのパラメータ変動に対する応答を検証する. Fig.3 のように錘を取り付け, 錘の質量 $M_d = 1.0$ [kg] で実験を行ったときの結果を Fig.6 に示す. ただし, フィードバックゲインはパラメータ変動を考慮していないため, 設定は式(7)と同じである.

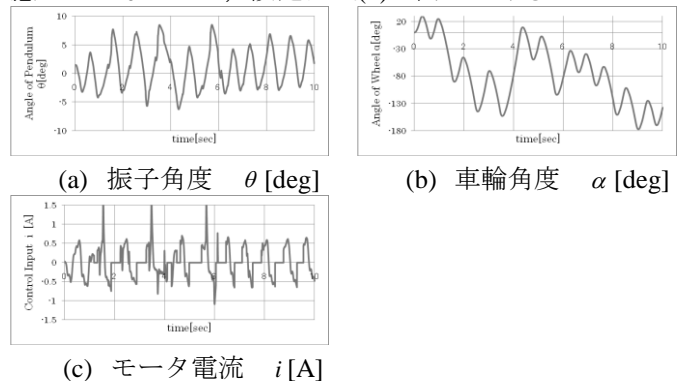


Fig.6 荷重変化を伴う最適レギュレータの実験結果

Fig.6の実験結果からパラメータ変動によって制御性能が劣化していることが確認できる。

一方で、パラメータ変動に対してレギュレータの極はどうなるのかを考える。フィードバックゲインはそのまま、荷重変化によって状態方程式内のパラメータが変化したときのレギュレータの極を Table.2 にまとめる。Table.2 より、レギュレータの極からみてもパラメータ変動によって最適レギュレータの制御性能が劣化することが確認できる。ただし、レギュレータの極の議論は制御対象が線形で、かつパラメータ誤差が存在しないことを前提にしているため、実際と異なることに注意する必要がある。

Table.2 荷重変化に対するレギュレータの極

M_d [kg]	レギュレータの極	安定性
0.0	-28.9 , -7.49 -0.632 , -2.70	安定
1.0	-10.3+j8.86 , -10.3-j8.86 -0.596 , -2.81	安定
2.0	-6.33+j11.2 , -6.33-j11.2 -0.582 , -2.85	安定
5.0	-2.46+j11.7 , -2.46-j11.7 -0.566 , -2.89	安定
10.0	0.788+j10.6 , 0.788-j10.6 -0.548 , -3.01	不安定

4. VSS 適応制御による安定化制御

4.1 VSS 適応制御系の設計

最適レギュレータではパラメータ変動に対して制御性能が劣化してしまうことが分かった。そこで、不安定な未知パラメータ系に対して有効な VSS 適応制御系を設計し倒立振子の安定化制御を行う。

まず、式(3)より振子系の運動方程式を得る。

$$(\det J)\ddot{\theta} - J_{23}\mu_2\dot{\alpha} - J_4wg\theta - J_{23}d_2 \operatorname{sgn}(\dot{\alpha}) = -J_{23}k_r i \quad \dots(8)$$

次に式(8)を変形して次式を得る。

$$a_0\ddot{\theta} + a_1\dot{\theta} + a_2\dot{\alpha} = -u + \omega \quad \dots(9)$$

$$\text{ただし、} \mathbf{a}^T = [a_0 \ a_1 \ a_2] = \begin{bmatrix} \det J & J_4wg & -\mu_2 \\ J_{23}k_r & J_{23}k_r & k_r \end{bmatrix}$$

$$\omega = \frac{d_2}{k_r} \operatorname{sgn}(\dot{\alpha}) + \omega_n \quad \omega_n: \text{不定外乱}$$

ここで、切換え関数を次のように置くと、

$$s_c = \dot{\theta} + h\theta \quad (h > 0) \quad \dots(10)$$

式(9)は切換え関数を用いて次のように表せる。

$$\mathbf{Y}^T \mathbf{a} + a_0 \dot{s}_c = -u + \omega \quad \dots(11)$$

$$\text{ただし、} \mathbf{Y}^T = [-h\dot{\theta} \ \theta \ \dot{\alpha}]$$

式(11)で示された制御対象に対して、VSS 適応制御系を設計する。VSS 適応制御の制御則および適応則を次に示す。

$$\text{制御則: } u = -\mathbf{Y}^T \hat{\mathbf{a}} + k_v \operatorname{sgn}(s_c) \quad (k_v > 0) \quad \dots(12)$$

$$\text{適応則: } \dot{\hat{\mathbf{a}}} = -\mathbf{\Gamma}^{-1} \mathbf{Y}_s s_c \quad (\mathbf{\Gamma} > 0, \mathbf{\Gamma}: \text{対象行列}) \quad \dots(13)$$

ただし、 $\hat{\mathbf{a}}$ は \mathbf{a} の推定パラメータである

式(12), (13)から構成される VSS 適応制御系の安定性をリアプノフの安定判別法によって証明する。リアプノフ関数の候補として次の正値関数、

$$V(t) = \frac{1}{2} (s_c a_0 s_c + \tilde{\mathbf{a}}^T \mathbf{\Gamma} \tilde{\mathbf{a}}) > 0 \quad \dots(14)$$

ただし、 $\tilde{\mathbf{a}} = \mathbf{a} - \hat{\mathbf{a}}$ (パラメータ誤差)

を考える。式(14)を時間微分して次式を得る。

$$\dot{V}(t) = a_0 s_c \dot{s}_c + \tilde{\mathbf{a}}^T \mathbf{\Gamma} \dot{\tilde{\mathbf{a}}} \quad \dots(15)$$

式(15)に式(11), (12), (13)を代入する。

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= s_c (-\mathbf{Y}^T \mathbf{a} - u + \omega) + \tilde{\mathbf{a}}^T \mathbf{\Gamma} \dot{\tilde{\mathbf{a}}} \\ &= s_c (-\mathbf{Y}^T \mathbf{a} + \mathbf{Y}^T \hat{\mathbf{a}} - k_v \operatorname{sgn}(s_c) + \omega) + \tilde{\mathbf{a}}^T \mathbf{\Gamma} \dot{\tilde{\mathbf{a}}} \\ &= s_c (-k_v \operatorname{sgn}(s_c) - \mathbf{Y}^T \tilde{\mathbf{a}} + \omega) + \tilde{\mathbf{a}}^T \mathbf{\Gamma} \dot{\tilde{\mathbf{a}}} \\ &= -k_v |s_c| + \omega s_c - \tilde{\mathbf{a}}^T \mathbf{\Gamma} (\mathbf{\Gamma}^{-1} \mathbf{Y}_s s_c - \dot{\tilde{\mathbf{a}}}) \\ &= -k_v |s_c| + \omega s_c - \tilde{\mathbf{a}}^T \mathbf{\Gamma} (\mathbf{\Gamma}^{-1} \mathbf{Y}_s s_c + \dot{\tilde{\mathbf{a}}}) \\ &= -k_v |s_c| + \omega s_c \end{aligned} \quad \dots(16)$$

ここで、常に $k_v > \omega$ となるように k_v を設計しておけば、式(14)はリアプノフ関数となり、時間無限大で、

$$\text{切換え関数: } s_c = \dot{\theta} + h\theta = 0 \quad (t \rightarrow \infty) \quad \dots(17)$$

$$\text{パラメータ誤差: } \tilde{\mathbf{a}} = \mathbf{a} - \hat{\mathbf{a}} = 0 \quad (t \rightarrow \infty) \quad \dots(18)$$

が保証される。式(17)より、スライディングモード時の振子の動特性は ($s_c = 0$)、

$$\dot{\theta} = -h\theta \quad \dots(19)$$

で示され、 $h > 0$ より振子系の安定性が証明される。

なお、式(12)の符号関数は $s_c = 0$ 付近でチャタリングが発生するため、次の関数を用いる。

$$\operatorname{sat}(s_c / \delta) = \begin{cases} \operatorname{sgn}(s_c) & |s_c| > \delta \\ s_c / \delta & |s_c| \leq \delta \end{cases} \quad \dots(20)$$

4.2 VSS 適応制御系のシミュレーション結果

車輪型倒立振子における VSS 適応制御系を検証するために数値シミュレーションを行う。最適レギュレータの実験結果と比較するため、荷重変化無し、荷重変化有りの 2通りのシミュレーションを行う。

VSS 適応制御系の設計パラメータを Table.3 に示す。なお、最適レギュレータの設計と異なり制御対象のパラメータは未知として設計を行っている。

$$\begin{cases} u = -\mathbf{Y}^T \hat{\mathbf{a}} + k_v \operatorname{sat}(s_c / \delta) \\ \dot{\hat{\mathbf{a}}} = -\mathbf{\Gamma}^{-1} \mathbf{Y}_s s_c \end{cases} \quad \dots(21)$$

Table.3 VSS 適応制御系の設計パラメータ

VSS ゲイン	$k_v = 3$
VSS 適応ゲイン	$\mathbf{\Gamma} = \operatorname{diag}(10, 1, 0.01)$
切換え関数の定数	$h = 5$
飽和関数の定数	$\delta = 0.1$

錘無しのシミュレーション結果を Fig.7, 錘有りのシミュレーション結果を Fig.8 に示す。ただし、錘の質量は $M_d = 4$ [kg] とし、初期値は以下である。

$$\mathbf{x}^T(0) = [3.0 \times \pi / 180 [\text{rad}] \ 0 \ 0 \ 0] \quad \dots(22)$$

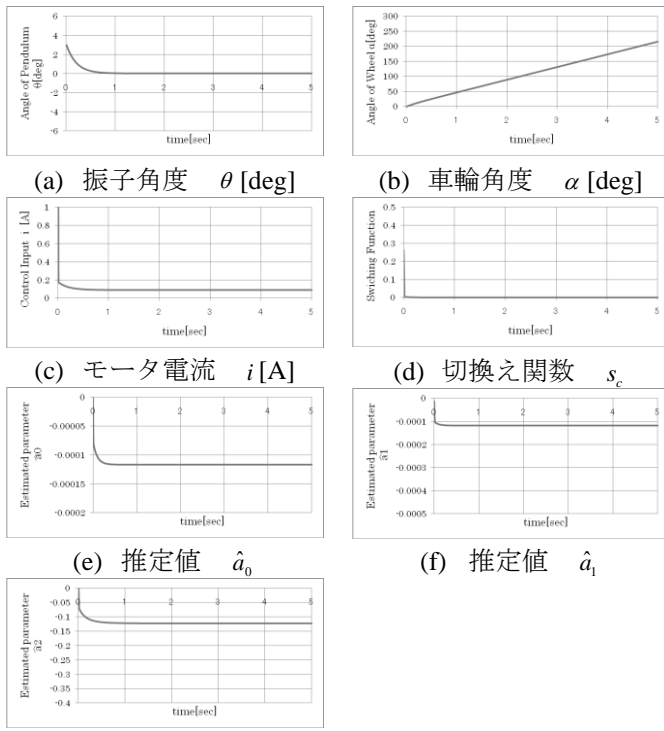


Fig.7 VSS 適応制御系のシミュレーション(錘無し)

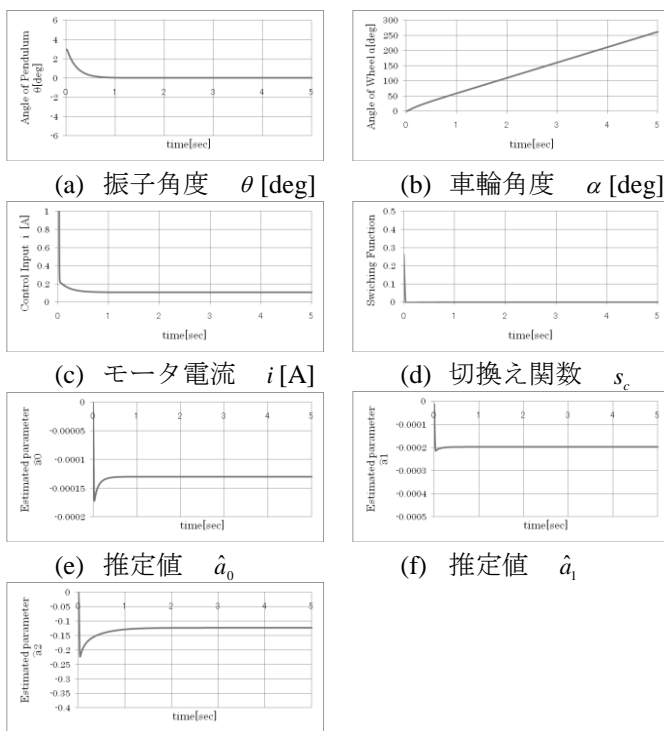


Fig.8 VSS 適応制御系のシミュレーション(錘有り)

シミュレーション結果の振り角度より、振り系の安定化制御が行われていることが確認できる。また、VSS 適応制御系はレギュレータと比べるとパラメータ変動が存在しても応答結果がほとんど変わらない結果である。設計の際にパラメータを既知としているレギュ

レータに対して、VSS 適応制御系は設計の段階から未知としているため、パラメータ変動に影響されにくい結果となる。

しかし、振子の安定化制御は行われている一方で、定常状態でモータ電流の値が 0 に収束せず、車輪が一定速度で回転してしまっている。これは式(14)のリアプノフ関数内に車輪角度が状態に含まれておらず、車輪角度の安定性を保証していないためである。

5. 結言

本研究では、電動立ち乗り二輪車を模した車輪型倒立振子の安定化制御、特に乗り手の体重変化を考慮したパラメータ変動系に対して有効な制御法を検証した。

まず、モデル化を行い、制御系設計に必要な運動方程式を導出した。そして、状態方程式を用いて最適レギュレータを設計し、実機実験にて安定化制御を行った。その後、荷重変化として錘を取り付けた実験を行い、最適レギュレータではパラメータ変動によって制御性能の劣化が引き起こされることを、実験的(実験結果)および理論的(レギュレータの極)に明らかにした。

そこで、荷重変化に対応するためパラメータ変動に対して有効な VSS 適応制御を設計し車輪型倒立振子の安定化制御を行うことにした。シミュレーションにて検証したところ、VSS 適応制御によってパラメータ変動の影響が少ない振子の安定化制御が行われていることを確認した。しかし、車輪系の安定性は保証していないため、振子は倒立状態を保っているが車体が一方方向に動き続けるという結果となってしまった。

今後は、実機実験を行い車輪型倒立振子の VSS 適応制御系の有効性を確認する。シミュレーションのように車輪角度が一定速度で回っていると、システムが安定であるとは言えないため、車輪系の安定性の保証を検証する必要がある。また、乗り手の操作に相当するような外乱を考え、VSS 適応制御系の外乱応答についても検証する。その後、実際の乗り物への VSS 適応制御の適応を考えている。

参考文献

- (1)平田弘志, 高部知博, 穴吹雅敏, 大内茂人 “セルフチューニング制御機を組み込んだ回転型倒立振子の VSS 適応制御” 電気学会論文誌 C(電子・情報・システム部門誌), Vol.128(2008), No.4, pp618-627
- (2)新中新二 “適応アルゴリズム”, 産業図書(1990)