

# 不安定片足型モデル屈伸動作における制御特性に関する研究

東海大学情報理工学部

○中山 浩太郎 平田 弘志

## 1. はじめに

本研究では足動作の中で屈伸運動に着目し、基礎となる安定化制御について考察する。Fig.1に示すようなリンク機構により、人間のつま先部から腿部までの足の形を模した片足型モデルを用いて、つま先を立ち状態での屈伸運動を考える。

つま先立ちした初期姿勢において、重心を通る1本の倒立振子を仮想する。この仮想振子モデルに対する最適レギュレータ制御を第1関節に施す。さらに、第2、第3関節には正弦波指令を外乱として与え屈伸動作を行う。

レギュレータ制御では、片足モデルは重力項ならびに姿勢変化による外乱トルクにより、初期姿勢角からの偏差が発生するが、本研究では偏差角の小さな重心移動ができるようないくつかの制御方式を試みた。

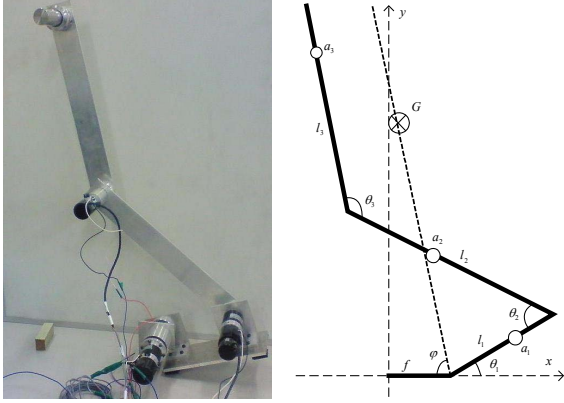


Fig.1 片足型モデル

$\theta_n$ : 第  $n$  リンクの角度  $l_n$ : 第  $n$  リンクの長さ  
 $a_n$ : 第  $n$  リンクの重心  $f$ : つま先の長さ  $G$ : 合成重心

## 2. 運動方程式の導出

ラグランジュの運動方程式を用いて運動方程式を導出する。Fig.2に片足型モデル図を示す

合成重心について、本研究における片足型倒立振子は、地面に接している面が少ないため、常に重心位置を計算し、その水平座標が地面と接している部分(つま先)上になければならない。身体運動の観点における3リンクの合成重心は式(1)で成り立つ。

$$G_x = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i} \quad G_y = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i} \quad (1)$$

運動方程式は式(2)のように表すことができる。

$$\begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{bmatrix} + D(\dot{\theta}) + \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \\ G_3 \end{bmatrix} = \tau \quad (2)$$

ただし、 $h_f = [h_1 \ h_2 \ h_3]^T$ ,  $G_f = [G_1 \ G_2 \ G_3]^T$  とし、

$$J_{11} = m_1 a_1^2 + m_2 l_1^2 + m_2 a_2^2 + m_3 l_1^2 + m_3 l_2^2 + m_3 a_3^2 - 2m_2 l_1 a_2 C_2 + 2m_3 l_1 a_3 C_{23} - 2m_3 l_2 a_3 C_3 - 2m_3 l_1 l_2 C_2 + J_1 + J_2 + J_3 \quad (3)$$

$$J_{12} = -m_2 a_2^2 - m_3 l_2^2 - m_3 a_3^2 - m_2 l_1 a_2 C_2 + m_3 l_1 l_2 C_2 - m_3 l_1 a_3 C_{23} + 2m_3 l_2 a_3 C_3 - J_2 - J_3 \quad (4)$$

$$J_{13} = m_3 a_3^2 + m_3 l_1 a_3 C_{23} - m_3 l_2 a_3 C_3 + J_3 \quad (5)$$

$$J_{21} = -m_2 a_2^2 - m_3 l_2^2 - m_3 a_3^2 + m_2 l_1 a_2 C_2 + m_3 l_1 l_2 C_2 - m_3 l_1 a_3 C_{23} + 2m_3 l_2 a_3 C_3 - J_2 - J_3 \quad (6)$$

$$J_{22} = m_2 a_2^2 + m_3 l_2^2 + m_3 a_3^2 - 2m_3 l_2 a_3 C_3 + J_2 + J_3 \quad (7)$$

$$J_{23} = -m_3 a_3^2 + m_3 l_2 a_3 C_3 - J_3 \quad (8)$$

$$J_{31} = m_3 a_3^2 + m_3 l_1 a_3 C_{23} - m_3 l_2 a_3 C_3 + J_3 \quad (9)$$

$$J_{32} = -m_3 a_3^2 + m_3 l_2 a_3 C_3 - J_3 \quad (10)$$

$$J_{33} = m_3 a_3^2 + J_3 \quad (11)$$

$$h_1 = \{m_2 l_1 a_2 (2\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_2^2) + m_3 l_1 l_2 (2\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_2^2)\} S_{23} + m_3 l_2 a_3 (\dot{\theta}_2^2 + 2\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 - 2\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3) S_{23} + m_3 l_1 a_3 (\dot{\theta}_2^2 - 2\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + 2\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 - 2\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_3^2) S \quad (12)$$

$$h_2 = (-m_2 l_1 a_2 \dot{\theta}_1^2 - m_3 l_1 l_2 \dot{\theta}_1^2) S_2 + m_3 l_2 a_3 (2\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 - 2\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 - \dot{\theta}_3^2) S_3 + m_3 l_1 a_3 \dot{\theta}_1^2 S_{23} \quad (13)$$

$$h_3 = -m_3 l_2 a_3 (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2)^2 S_3 - m_3 l_1 a_3 \dot{\theta}_1^2 S_{23} \quad (14)$$

$$G_1 = g \{ (m_1 a_1 + m_2 l_1 + m_3 l_1) C_1 - (m_2 a_2 + m_3 l_2) C_{12} + m_3 a_3 C_{123} \} \quad (15)$$

$$G_2 = g \{ (m_2 a_2 + m_3 l_2) C_{12} - m_3 a_3 C_{123} \} \quad (16)$$

$$G_3 = g m_3 a_3 C_{123} \quad (17)$$

である。また、式(2)を変形すると、

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ 0 & -J(\theta)^{-1} D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} g(x, t) + \begin{bmatrix} 0 \\ J(\theta)^{-1} \end{bmatrix} \tau \quad (18)$$

となる。ただし、

$$g(x, t) = J(\theta)^{-1} [-h_f - G_f] \quad (19)$$

である。 $g(x, t) = H(t)^{-1} b(t)$  と置くと、

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ 0 & -H(t)^{-1} D \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 0 \\ -H(t)^{-1} b(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ H(t)^{-1} \end{bmatrix} \tau \quad (20)$$

$$\Rightarrow \dot{X} = FX + h + g\tau \quad (21)$$

と記述することができる。式(21)をルンゲ・クッタ法によって解き、片足型モデルの安定化制御シミュレーションを実施する。

## 3. 制御シミュレーション

制御シミュレーションは各リンクとも伏せている状態で始動し、各関節を屈伸動作開始の初期姿勢角まで上げていく。そして $\theta_1$ が目標角に達したときにレギュレータ制御へと切替え屈伸動作を行う。これにより、つま先が立っているという安定域の狭い状態であっても、制御シミュレーションにおいて、安定した屈伸動作が行えることを確認した。また、第1関節にかかる外乱トルクの影響による制御性についても知見を得た。

## 4. 今後の展望

シミュレーションにより安定化制御の確認ができた。今後、実機において腿部先端荷重の変化および、姿勢変化時においても安定な制御実験を実施する。