VSS ロバスト適応制御を用いた回転型二重倒立振子の安定化に関する研究

東海大学情報理工学部　　○中山 裕介　平田 弘志

1. はじめに

本研究では，回転型二重倒立振子の適応制御系を実現する．第二振子部分の安定化に VSS 適応制御則を適用し，外乱に対してロバストな適応制御系を構築する．また，同時にセルフチューニング制御系（STC）を導入し，有界な振子目標角を保証する安定な系を構築する．このとき，VSS 適応制御と併行して，倒立振子系の基本パラメータを逐次推定し、これにより STC を達成する．

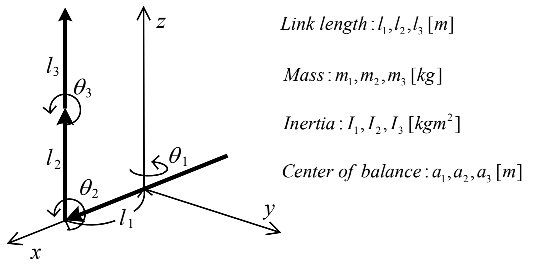

Fig.1 回転型二重倒立振子のモデル図

2. 制御対象と基本パラメータ

回転型二重倒立振子の簡略化した運動モデルを Fig.1 に示す．パラメータに関する線形関係式は

$$\boldsymbol{\tau} = M(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta,\dot{\theta})\dot{\theta} + B\dot{\theta} + D(\dot{\theta}) = \Phi^T(\theta,\dot{\theta},\ddot{\theta})\zeta \tag{1}$$

$$\begin{cases} \Phi^T(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}},\ddot{\boldsymbol{\theta}}) := \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 & \phi_{12} & \phi_{13} & \phi_{14} & \phi_{15} & \dot{\theta}_1 & \mathrm{sgn}(\dot{\theta}_1) \\ 0 & \phi_{22} & \phi_{23} & \phi_{24} & \phi_{25} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \phi_{33} & 0 & \phi_{35} & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{\zeta}^T := \begin{bmatrix} J_1 & J_2 & J_3 & r_1 & r_2 & b_1 & d_1 \end{bmatrix}, \tau^T = \begin{bmatrix} \tau_1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{cases} \tag{2}$$

として表せる．ここで，$\Phi(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}},\ddot{\boldsymbol{\theta}})$ は regressor 行列，$\boldsymbol{\zeta}$ は基本パラメータである．また，モータトルク定数 k_τ が不確定な場合を考慮して(1)式を次式のように使用する．

$$\begin{cases} \boldsymbol{i} = \Phi^T(\boldsymbol{\theta},\dot{\boldsymbol{\theta}},\ddot{\boldsymbol{\theta}})\boldsymbol{\sigma}, \quad \boldsymbol{i}^T := \begin{bmatrix} i & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{\sigma} := \zeta^T / k_\tau = \begin{bmatrix} \sigma_1 & \sigma_2 & \sigma_3 & \sigma_4 & \sigma_5 & \sigma_6 & \sigma_7 \end{bmatrix} \\ \sigma_1 := J_1/k_\tau,\ \sigma_2 := J_2/k_\tau,\ \sigma_3 := J_3/k_\tau, \\ \sigma_4 := r_1/k_\tau,\ \sigma_5 := r_2/k_\tau,\ \sigma_6 := b_1/k_\tau,\ \sigma_7 := d_1/k_\tau \end{cases} \tag{3}$$

3. 第二振子系の安定化

平衡点近傍で線形化した回転型二重倒立振子の運動方程式は次式となる．

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{12} & m_{22} & m_{23} \\ m_{13} & m_{23} & m_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ g_2\theta_2 + g_3\theta_3 \\ g_3(\theta_2+\theta_3) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1\dot{\theta}_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_1\,\mathrm{sgn}(\dot{\theta}_1) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_\tau i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{4}$$

第二振子角加速度における振子系の方程式は，次式となる．

$$(\det M)\ddot{\theta}_3 + (H_1 g_3 - H_3 g_2)\theta_2 + (H_1 - H_3) g_3 \theta_3 + H_4 b_1 \dot{\theta}_1 + H_4 d_1\,\mathrm{sgn}(\dot{\theta}_1) = H_4 k_\tau\, i \tag{5}$$

$$\begin{cases} \det M := (H_1 H_2 - H_3{}^2)/m_{11},\ H_1 := m_{11}m_{22} - m_{12}{}^2 \\ H_2 := m_{11}m_{33} - m_{13}{}^2, \quad H_3 := m_{11}m_{23} - m_{12}m_{13} \\ H_4 := m_{12}m_{23} - m_{13}m_{22} \end{cases} \tag{6}$$

ここで，第二振子の回転角度 θ_3 を安定化する設計を行う．

$$e := \theta_3 - r_f\,,\quad \dot{\theta}_r := \dot{r}_f - he,\quad (h>0)\,,\quad s_c := \dot{e} + he \tag{7}$$

とすると，(5) 式は以下のように表せる．

$$\begin{cases} \boldsymbol{Y}^T\boldsymbol{\alpha} + H\,\dot{s}_c = i + w \\ H := (\det M)/H_4\,k_\tau \end{cases} \tag{8}$$

$$\det M := m_{11}m_{22}m_{33} - m_{22}m_{13}{}^2 - m_{12}{}^2 m_{33} - m_{11}m_{23}{}^2 + 2m_{12}m_{13}m_{23} > 0 \tag{9}$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{Y}^T = \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_r & \theta_2 & \theta_3 & \dot{\theta}_1 \end{bmatrix} \\ \boldsymbol{\alpha}^T = \begin{bmatrix} H & \alpha_2 & (H_1 - H_3)g_3/H_4 k_\tau & b_1/k_\tau \end{bmatrix} \\ \alpha_2 := (H_1 g_3 - H_3 g_2)/H_4 k_\tau \end{cases} \tag{10}$$

$$\ddot{\theta}_r := \ddot{r}_f - h\dot{e} \tag{11}$$

以上の仮定の下で，ロバスト性を向上した VSS 適応制御則を以下に示す．

$$\begin{cases} i = \boldsymbol{Y}^T\hat{\boldsymbol{\alpha}} - k_v\,sat\,(s_c/\delta), \qquad (k_v > 0) \\ \hat{\boldsymbol{\alpha}}^T := \begin{bmatrix} \hat{\alpha}_1 & \hat{\alpha}_2 & \hat{\alpha}_3 & \hat{\alpha}_4 \end{bmatrix} \end{cases} \tag{12}$$

$$\begin{cases} \dot{\hat{\boldsymbol{\alpha}}} = k_a\boldsymbol{\varphi} - \boldsymbol{\Gamma}^{-1}\boldsymbol{Y}\,s_c, \qquad (k_a > 0,\ \ \Gamma > 0) \\ \boldsymbol{\varphi} := \boldsymbol{p} - \hat{\boldsymbol{\alpha}} \\ \boldsymbol{p}^T := \begin{bmatrix} p_1/d_n & p_2/d_n & p_3/d_n & p_4 \end{bmatrix} \end{cases} \tag{13}$$

4. 有界振子目標角を与えるＳＴＣ

(4)式から角加速度 $\ddot{\theta}_1$ および $\ddot{\theta}_2$ に関する方程式を求める．

$$H_4\ddot{\theta}_1 = (m_{22}m_{33} - m_{23}^2)\ddot{\theta}_3 + (m_{22}g_3 - m_{23}g_2)\theta_2 + (m_{22} - m_{23})g_3\theta_3 \tag{14}$$

$$H_4\ddot{\theta}_2 = (m_{13}m_{23} - m_{12}m_{33})\ddot{\theta}_3 + (m_{13}g_2 - m_{12}g_3)\theta_2 + (m_{13} - m_{12})g_3\theta_3 \tag{15}$$

$\theta_3 = r_f$ とみなして，θ_3 を r_f で置換えると両式は

$$\begin{cases} \ddot{\theta}_1 = \rho_1\theta_2 + \rho_2\,r_f + \rho_3\,\ddot{r}_f \\ \ddot{\theta}_2 = \rho_4\,r_f + \rho_5\,\ddot{r}_f \end{cases} \tag{16}$$

と記述できる．(16)式を状態方程式で表記すると

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \dot{r}_f \\ \ddot{r}_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho_1 & 0 & \rho_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \rho_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \dot{\theta}_1 \\ \theta_2 \\ \dot{\theta}_2 \\ r_f \\ \dot{r}_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \rho_3 \\ 0 \\ \rho_5 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \ddot{r}_f \tag{17}$$

第二振子の目標角加速度 $\ddot{r}_f$ を制御入力と考えた(17)式のシステムにおいて，次の評価関数 J を

$$\begin{cases} J = \int_0^\infty (\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{Q}\,\boldsymbol{x} + \ddot{r}_f{}^T R\,\ddot{r}_f)\,dt, \quad (\boldsymbol{Q} \ge 0,\ \ R > 0) \\ \boldsymbol{x}^T := [\theta_1 \quad \dot{\theta}_1 \quad \theta_2 \quad \dot{\theta}_2 \quad r_f \quad \dot{r}_f] \end{cases} \tag{18}$$

最小にするフィードバックゲイン F_o を制御周期毎に求め

$$\begin{cases} \ddot{r}_f = \boldsymbol{F}_o{}^T\boldsymbol{x}, \\ \boldsymbol{F}_o{}^T := [f_1 \quad f_2 \quad f_3 \quad f_4 \quad f_5 \quad f_6] \end{cases} \tag{19}$$

を更新する．

参考文献

中山裕介，平田弘志，大内茂人，小野治: “回転型二重倒立振子の適応制御系シミュレーション”，第２７回日本シミュレーション学会大会発表論文集，pp.405-408 (2008)