

簡易推定則による車輪型倒立振子の適応制御

藤田 廉*, 下山 修, 平田 弘志 (東海大学)

Adaptive Control of a Wheeled Inverted Pendulum by Reducing Estimation Law
Ren Fujita, Shimoyama Osamu, Hiroshi Hirata (Tokai University)

1. はじめに

近年、セグウェイ等に代表される倒立二輪ロボット技術には安定化制御や位置姿勢の制御が必要不可欠である。このような対象は、重量・慣性が一定ではなく変化がみられることがある。不安定な対象では、安定度に大きな影響を及ぼす要因となるため、設計パラメータ不一致の問題は可能ならば排除して適応的手法の導入を考慮すべきである。したがって、本実験では運転に際して、未知パラメータを推定しながら適切な制御器の調整を実施することが必要である。

本研究では、左右の車輪が独立して動く車輪型倒立振子を構成し、振子の重量変化及び慣性モーメントの変化に対する制御系を考察する。また、倒立振子の制御方法として用いられている、振子を下げた状態でパラメータ推定後に振上げ制御の実施をするような方法は車輪型倒立振子ロボットには運用上適切ではない。よってこの場合は、車輪型倒立振子ロボットを未知パラメータ系として倒立制御を実施し、必要な情報は制御中に取得することが妥当である。

2. 制御対象

実験で使用する車輪倒立振子ロボットの実機写真と、それを簡略化したモデル図を Fig.1 及び Fig.2 にそれぞれ示す。また、Table1 に制御対象の物理パラメータを示す。実験機は、左右の車輪を独立して動かすために、ハーモニックギア付 DC モータが車輪別のシャフトに、タイミングプーリを介して連結されている。モータ側とシャフト側のギア比は、車輪の速度を出すため 2.4 倍となっている。このモータはエンコーダと一体型となっている。車輪の角度検出も兼ねている。また、振子の角度検出のため 1 回転 2500 パルスの光学式エンコーダを別に取り付け、出力を 4 通倍し値を得ている。

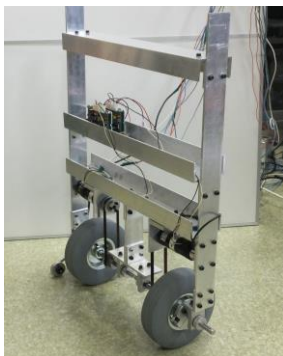


Fig.1 実機写真 (Actual photo)

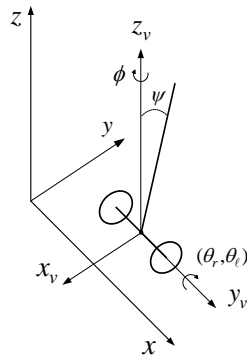


Fig.2 モデル図 (Model Figure)

Table1 制御対象のパラメータ数値 (Parameters of Control Object)

L	振子の長さ[m]	θ_r	右車輪角度[deg]
R	車輪半径[m]	θ_l	左車輪角度[deg]
W	軸距[m]	ψ	振子角度[deg]
M_w	車輪の質量[kg]	ϕ	Z 軸周角度[deg]
M_b	車体の質量[kg]	τ	トルク[Nm]
J_w	車輪回転軸周慣性モーメント[kgm ²]	J_b	車体の慣性モーメント[kgm ²]

3. 運動方程式

制御対象の運動方程式は、Euler-Lagrange 方程式を使用してシステムティックに導出される。導出したものを次式(1)に示す。また、今回は左右のモータに同じ入力値を与えることによって前後移動のみの動きとして考えている。

$$H\ddot{q} + C\dot{q} + G + D = \tau \quad (1)$$

$$H = \begin{bmatrix} J_1 & M_b L R C \\ M_b L R C & J_2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -M_b L R S \psi^2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 0 \\ -M_b L g S \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} \beta_w \dot{\theta} \\ \beta_b \dot{\psi} \end{bmatrix}, \quad \tau = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad q = \begin{bmatrix} \theta \\ \psi \end{bmatrix}$$

$$\text{但し, } J_1 = (M_b + M_w)R^2 + J_w, \quad J_2 = M_b L^2 + J_b$$

$$S = \sin\psi, \quad C = \cos\psi, \quad \theta = \theta_r = \theta_l$$

また、 g は重力加速度、 τ_1 は駆動部の入力トルク、 β_w, β_b は駆動部の粘性摩擦係数である。

4. 制御系設計

対象を振子系と車輪系に分け 2 種類の適応制御系を構築する。振子系に対し目標追従型の VSS 適応制御系を構築し振子系がスライディングモードであることを仮定する。また、車輪系の安定性と有界な振子目標角を保証するために STC 系を構築する。

<4.1>振子系の安定化 (1)式を平衡点近傍で線形化を行うと、倒立振子の運動方程式は(2)式ようになる。また、ここで(2)式に対してクーロン摩擦の影響を考え、クーロン摩擦項 E_r を加えている。

$$H_r \ddot{q} + G_r + D_r \dot{q} + E_r = \tau \quad (2)$$

$$H_r = \begin{bmatrix} J_1 & M_b L R \\ M_b L R & J_2 \end{bmatrix}, \quad G_r = \begin{bmatrix} 0 \\ -M_b L g \psi \end{bmatrix}, \quad \tau = \begin{bmatrix} k_r i \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$D_r = \begin{bmatrix} \beta_w & 0 \\ 0 & \beta_b \end{bmatrix}, \quad E_r = \begin{bmatrix} E_w \operatorname{sgn}(\dot{\theta}) \\ 0 \end{bmatrix}, \quad q = \begin{bmatrix} \theta \\ \psi \end{bmatrix}$$

E_w は駆動部のクーロン摩擦係数で、振子部のクーロン摩擦を小さいものと考え、無視することで単純化している。

また、 k_r はトルク定数、 i はモータ電流で入力トルク $\tau_1 = k_r i$ としている。(2)式から振子系方程式は(3)式となる。

$$-\det M \ddot{\psi} + P_1 \dot{\psi} + P_2 \psi + P_3 \dot{\theta} + P_4 \operatorname{sgn}(\dot{\theta}) = P_5 \tau_1 \quad (3)$$

但し、 $\det M = J_1 J_3 - (M_b L R)^2$, $P_1 = -\beta_b J_1$, $P_2 = J_1 M_b L g$

$$P_3 = M_b L R \beta_w, \quad P_4 = M_b L R E_w, \quad P_5 = M_b L R$$

ここで、振子の角度を安定にする設計を行う。

ψ : 振子回転角度, r_f : 目標角, e : 誤差, $\dot{\psi}_r$: 参照速度

s_c : 切換関数を次式のように定義する。

$$e := \psi - r_f, \quad \dot{\psi}_r := \dot{r}_f - h e, (h > 0), \quad s_c := \dot{\psi} - \dot{\psi}_r = \dot{e} + h e \quad (4)$$

また、(3)の対象に対して不確定外乱を考慮すると次のように表わされる。

$$\begin{cases} Y^T \alpha + H \dot{s}_c = i + w \\ H := -\det M / c_t, \quad c_t = R r k_r \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} Y^T = [\ddot{\psi}_r \quad \dot{\psi}_r \quad \psi \quad \dot{\theta} \quad \operatorname{sgn}(\dot{\theta})] \\ \alpha^T = [H \quad -J_1 \beta_b / c_t \quad J_1 g / c_t \quad \beta_w / c_t \quad E_w / c_t] \end{cases} \quad (6)$$

以上の仮定の下で、VSS 適応制御則を以下に示す。

$$\begin{cases} \dot{i} = Y^T \hat{\alpha} - k_v \operatorname{sat}(S_c / \delta) \quad k_v > 0 \\ \hat{\alpha}^T = [\hat{\alpha}_1 \quad \hat{\alpha}_2 \quad \hat{\alpha}_3 \quad \hat{\alpha}_4 \quad \hat{\alpha}_5] \end{cases} \quad (7)$$

$$\dot{\hat{\alpha}} = -k_a \hat{\alpha} - \Gamma^{-1} Y S_c, \quad (\Gamma > 0) \quad (8)$$

ここで、 k_v は VSS ゲインであり、 Γ は適応則ゲインで対象行列とする。よって、目標角 r_f が安定に与えられるとき、 $t \rightarrow \infty$ で $s_c \rightarrow 0$ となり、振子角 ψ は目標角 r_f に追従する。

<4.2> 振子目標角を生成する STC VSS 適応則により、振子制御系が素早くスライディングモード制御に到達し、振子角度 ψ は目標角 r_f に追従する。すなわち、(2)式の車輪系 $M_b L R \ddot{\theta} + J_2 \ddot{\psi} - M_b L g \psi + \beta_b \dot{\psi} = 0$ (9) において $\psi = r_f$ とみなし ψ を r_f と置き換えると車輪系方程式は次式となる。

$$\ddot{\theta} = \rho_0 r_f + \rho_1 \dot{r}_f + \rho_2 \ddot{r}_f \quad (10)$$

但し、 $\rho_0 := g / R$, $\rho_1 := -\beta_b / M_b L R$, $\rho_2 := -J_2 / M_b L R$

また、(10)式を状態方程式で表すと下記のようになる。

$$\begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \dot{r}_f \\ \ddot{r}_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \rho_0 & \rho_1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ r_f \\ \dot{r}_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \rho_2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \ddot{r}_f \quad (11)$$

上記の未知パラメータ系において、パラメータ ρ_1, ρ_2 を逐次推定しながら制御器を調整する STC を実施する。振子目標角速度 \dot{r}_f を制御入力と考えた(11)式のシステムにおいて、次の評価関数 J

$$\begin{cases} J = \int_0^\infty (x^T Q x + \dot{r}_f^T R \dot{r}_f) dt, \quad (Q \geq 0, R > 0) \\ x^T := [\dot{\theta} \quad r_f \quad \dot{r}_f] \end{cases} \quad (12)$$

を最小にするフィードバックゲイン F_o を制御周期毎に求め

$$\ddot{r}_f = -F_o^T x, \quad F_o^T := [f_1 \quad f_2 \quad f_3] \quad (13)$$

を更新する。

5. 実験結果

次に示すグラフ Fig.3 から Fig.7 は、Fig.1 に示した実験機を使用し実験を行った時の結果である。この時、左右のモータには同じ入力値を与えている。

この実験ではパラメータの変動をみる目的で、制御対象に初期角を少し与えた時点で制御を開始し実験を行った。Fig.3, Fig.4 をみると少し進みながらではあるが振子は安定し倒立していることが分かる。Fig.5 は切換関数 s_c であるが境界層 $\delta = 1.0$ 以内に収まっている。また、Fig.6 をみるとパラメータ $\hat{\rho}_1, \hat{\rho}_2$ は 3 秒ほどで収束し、動きに伴い逐次推定ができていくことが分かる。よって、推定は最初の数秒行えば良いと考える。Fig.7 は STC 系で生成される振子目標角 r_f と振子角 ψ を示している。その誤差はグラフから 0.01 程度の推移であることが分かる。

以上の結果からこのシステムの有効性が確認できたと考える。

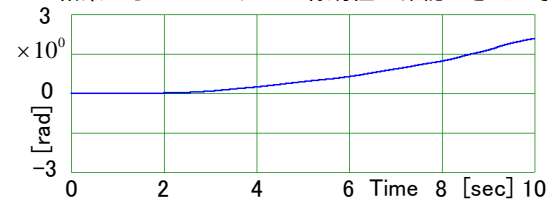


Fig.3 車輪角度 (Angle of Wheels)

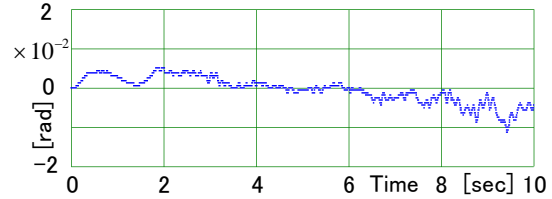


Fig.4 振子角度 (Angle of Pendulum)

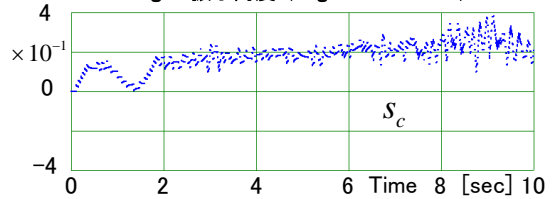


Fig.5 切換関数 (Switching function)

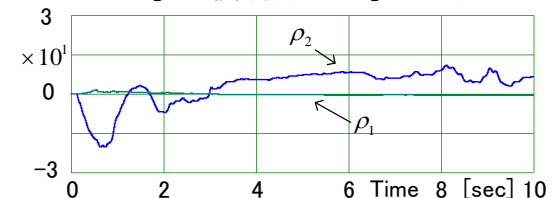


Fig.6 推定パラメータ (Estimated parameter)

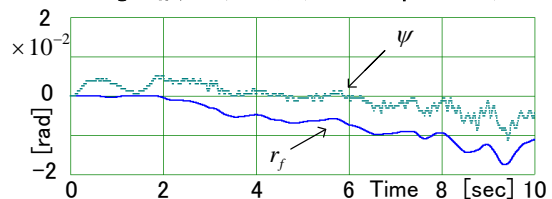


Fig.7 目標角度と振子角度 (Pendulum angle and Target angle)