

# セルフチューニング制御器を組み込んだ 回転型倒立振子のVSS適応制御

○高部知博 平田弘志 大内茂人 穴吹雅敏 (東海大学)

## VSS Adaptive Control Including Self-Tuning Controller for Rotation Type Inverted Pendulum

\* T. Takabe, H. Hirata, S. Ouchi, and M. Anabuki (Tokai University)

**Abstract**— We proposed the adaptive control system for stabilizing the rotation type inverted pendulum with unknown parameters. The method uses two controllers, that is VSS (Variable Structure System) adaptive controller and self tuning controller. The first controller uses to stabilize a pendulum system and the second controller uses to stabilize an arm system. The proposed method enabled the stabilization of the inverted pendulum to all unknown parameters. By the practical experiment result, it was verified the method is effective.

**Key Words:** VSS adaptive control, Self-Tuning control, System identification, LQ optimal control

### 1 はじめに

倒立振子の制御は各種の制御系を検証する意味で広く使用されている。しかし、適応制御を検証した報告はそれほど多くはない。SlotineとLiは未知パラメータを持つ非線形ロボットアームに対し、適応スライディング制御を提案し、実機アームによりその有用性を検証した<sup>1)</sup>。しかし、ロボットのように各関節にアクチュエータを持たない倒立振子に対しては容易に適用できなかった。その後、YamakitaとFuruta等は倒立振子に対して独自のVSS適応制御を提案し、その有効性を実証している<sup>2)</sup>。しかし、振り部分は単純棒として扱っており、変動要素を排除した報告であった。また、PhornsukとHirata等は振り部分が下向き時のパラメータ推定結果を使用して制御系設計をし、振り倒立後にシステムをチューニングする方法を報告している<sup>3)</sup>。

本研究では、振り部分が伸縮可能な回転型倒立振子の適応制御系構成法を提案する。本手法では全ての運動パラメータを未知とし、適応制御実施において安定性確保のために振り部分に対し、適応スライディングモード制御 (VSS適応制御) を設計する。しかし、このVSS適応制御で得られるパラメータではLQ制御系を設計するには不十分である。そこでVSS適応制御と併行し、限られた時間に適切な外乱トルクを操作量に重畳させて倒立振子の基本パラメータを短時間で逐次推定する。その基本パラメータの推定値から得られるシステム情報に基づき、YamakitaとFuruta等の提案したLQ最適制御をQR法によって逐次的に解き、セルフチューニング制御器を更新して行くことで、適応安定化制御系を実現する。そして、シミュレーション結果や実験結果より検証を行う。

本手法ではVSS適応制御と同時に倒立振子の基本パラメータも逐次推定しているので、得られたシステム情報を用いることで他の制御方式への移行も容易である。そこで、基本パラメータが収束した後一般的なLQ最適制御へ移行させた場合などの実験結果と本手法との比較も交える。

### 2 倒立振子モデル

本研究で使用する回転型倒立振子の実験機をFig.1に示す。第1リンクのアームにはDCモータが直結しており、振り部分は伸縮可能な機構となっている。アームと振り子の角度はそれぞれエンコーダより取得し、モータに流れる電流はA/D変換器より取得する。実験にはPCを用いて制御を行い、各データの取得にはISAのインターフェースボードを使用している。

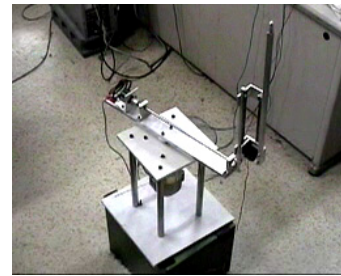


Fig. 1 Rotation type inverted Pendulum system

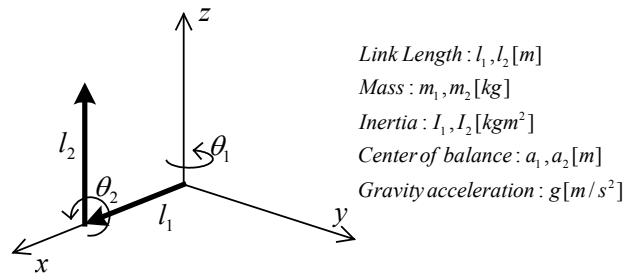


Fig. 2 Schematic drawing of inverted pendulum

Fig.1の倒立振子システムを簡略化したモデル図をFig.2に示す。Fig.2より求められる倒立振子の運動方程式は以下のように表せる。

$$M(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + G(\theta) + B\dot{\theta} + D(\dot{\theta}) = \tau \quad (1)$$

$\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}$  はそれぞれ角度、角速度、角加速度、 $\tau$  はトルクである。また、 $M(\theta)$  は慣性項、 $C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta}$  は非線形項、 $G(\theta)$  は重力項、 $B\dot{\theta}$  は粘性摩擦項、 $D(\dot{\theta})$  はクーロン摩擦項である。

$$M(\theta) = \begin{bmatrix} J_1 + J_2 S_2^2 & -r l_1 C_2 \\ -r l_1 C_2 & J_2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} = \begin{bmatrix} 2J_2 S_2 C_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + r l_1 S_2 \dot{\theta}_2^2 \\ -J_2 S_2 C_2 \dot{\theta}_1^2 \end{bmatrix}, \quad G(\theta) = \begin{bmatrix} 0 \\ -r g S_2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$B\dot{\theta} = \begin{bmatrix} b_1 \dot{\theta}_1 \\ b_2 \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}, \quad D(\dot{\theta}) = \begin{bmatrix} d_1 \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_1) \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \tau = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

ただし、 $J_1 = I_1 + m_1 a_1^2 + m_2 l_1^2$ 、 $J_2 = I_2 + m_2 a_2^2$ 、 $r = m_2 a_2$ 、 $S_2 = \sin \theta_2$ 、 $C_2 = \cos \theta_2$

となっており、 $\tau_1$  はモータからの入力トルク、 $b_1, b_2$  は粘性摩擦係数、 $d_1$  はアームのクーロン摩擦係数である。尚、振り子のクーロン摩擦は微小とみなし無視している。

式(1)に対し平衡点近傍で線形化を行うと、倒立振子の運動方程式は次のようになる。

$$\begin{bmatrix} J_1 & -rl_1 \\ -rl_1 & J_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 & 0 \\ 0 & b_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -rg \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_1 \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_1) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_\tau i \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$k_\tau$  はトルク定数,  $i$  はモータに流れる電流で, 入力を  $\tau_1 = k_\tau i$  として表す。

### 3 VSS 適応制御による振子系の安定化

まず, 振子系を安定化するために VSS 適応制御を用いる。そこで, 式(5)より振子系の方程式を抜き出すと,

$$(\det)\ddot{\theta}_2 + J_2 b_2 \dot{\theta}_2 - J_1 r g \theta_2 + r l_1 b_1 \dot{\theta}_1 + r l_1 d_1 \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_1) = r l_1 k_\tau i \quad (6)$$

となる。ただし,  $\det = J_1 J_2 - (r l_1)^2$  である。ここで, 振子の角度  $\theta_2$  に対して目標とする角度を  $r_f$  とし, その誤差を

$$e = \theta_2 - r_f \quad (7)$$

とする。このとき, 切換関数を

$$s = \dot{e} + h e \quad \because h > 0 \quad (8)$$

と定義すると, 式(6)は以下のように表すことができる。

$$Y^T a + H s = i \quad (9)$$

ただし,  $H = (\det)/r l_1 k_\tau$  であり, 計測ベクトル  $Y$  とパラメータベクトル  $a$  は式(10)となる。

$$\begin{cases} Y^T = [\ddot{\theta}_2 - s & \dot{\theta}_2 & \theta_2 & \dot{\theta}_1 & \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_1)] \\ a^T = [H & J_2 b_2 / r l_1 k_\tau & -J_1 g / l_1 k_\tau & b_1 / k_\tau & d_1 / k_\tau] \end{cases} \quad (10)$$

また, 制御入力を以下のように置く。

$$i = Y^T \hat{a} - k \operatorname{sgn}(s) \quad (11)$$

VSS ゲイン  $k$  は正の定数,  $\hat{a}$  は  $a$  の推定値であり, 以下の適応則より推定される。尚, 適応ゲイン  $\Gamma$  は正定行列である。

$$\dot{\hat{a}} = -\Gamma^{-1} Y s \quad (12)$$

リアプノフ関数の候補を

$$V(t) = \frac{1}{2} s H s + \frac{1}{2} \tilde{a}^T \Gamma \tilde{a} \quad \because \tilde{a} = a - \hat{a} \quad (13)$$

とすると, その微分  $\dot{V}(t)$  は

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= s H \dot{s} + \tilde{a}^T \Gamma \dot{\tilde{a}} \\ &= -k |s| \leq 0 \end{aligned} \quad (14)$$

となり,  $k$  は正数値であるので  $s \rightarrow 0 (t \rightarrow \infty)$  が補償され, 振子系に対する安定性も補償される。また, 入力に外乱が入ってきても, その振幅が  $k$  より小さければ安定性は補償される。

### 4 推定機構

モータへの入力と各状態データから倒立振子の各パラメータを推定する方法を示す。式(1)に示した倒立振子の運動方程式は, 基本パラメータ  $\delta$  に関するベクトル型線形関係式  $\tau = M(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + G(\theta) + B\dot{\theta} + D(\dot{\theta}) = \Phi^T(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta})\delta$  (15) として表せる。計測行列  $\Phi(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta})$  と基本パラメータ  $\delta$  は

$$\Phi^T(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}) = \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 & \phi_{12} & \phi_{13} & \dot{\theta}_1 & 0 & \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_1) \\ 0 & \phi_{22} & \phi_{23} & 0 & \dot{\theta}_2 & 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \because \phi_{12} &= S_2^2 \ddot{\theta}_1 + 2S_2 C_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2, \quad \phi_{13} = -l_1 C_2 \ddot{\theta}_2 + l_1 S_2 \dot{\theta}_2^2, \\ \phi_{22} &= \ddot{\theta}_2 - S_2 C_2 \dot{\theta}_1^2, \quad \phi_{23} = -l_1 C_2 \ddot{\theta}_1 - g S_2 \end{aligned} \quad (17)$$

$$\delta = [J_1 \quad J_2 \quad r \quad b_1 \quad b_2 \quad d_1]^T$$

である。さらに式(5)をトルク定数を含んだ基本パラメータ  $\delta$  に関する式として表すと,

$$i = \Phi^T(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta})\sigma, \quad \sigma = \delta/k_\tau = [\sigma_1 \quad \sigma_2 \quad \sigma_3 \quad \sigma_4 \quad \sigma_5 \quad \sigma_6]^T \quad (18)$$

となり,  $\sigma$  が求まることで式(1)の方程式が明確となる。

そこで, 基本パラメータ  $\delta$  を逐次最小 2 乗法により推定する。推定モデルは次のように表される。

$$y(k) = \Phi^T(k)\hat{\sigma}(k) \quad (19)$$

$y(k)$  は推定モデルの出力,  $\Phi(k)$  は計測によって得られる運動データにより構成される計測行列であり,  $\hat{\sigma}(k)$  は推定値である。以下に逐次最小 2 乗推定則を示す。

$$\hat{\sigma}(k) = \hat{\sigma}(k-1) - \frac{P(k-1)\Phi(k)\varepsilon(k)}{\lambda(k) + \operatorname{tr}[\Phi^T(k)P(k-1)\Phi(k)]} \quad (20)$$

$$P(k) = \frac{1}{\lambda(k)} \left\{ P(k-1) - \frac{P(k-1)\Phi(k)\Phi^T(k)P(k-1)}{\lambda(k) + \operatorname{tr}[\Phi^T(k)P(k-1)\Phi(k)]} \right\} \quad (21)$$

$$\varepsilon(k) = i(k) - \Phi^T(k)\hat{\sigma}(k-1) \quad (22)$$

$$\lambda(k) = (1 - \mu)\lambda(k) + \mu \quad (23)$$

重み係数  $\lambda(k)$  は  $0.98 < \lambda(k) \leq 1$  程度で使用され,  $\mu$  は重み係数を調節するための定数である。

### 5 LQ 最適制御によるアーム系の安定化

アーム系の安定化には LQ 最適制御を用いる。式(5)より, アーム系の方程式を抜き出すと,

$$r l_1 \ddot{\theta}_1 = J_2 \ddot{\theta}_2 + b_2 \dot{\theta}_2 - r g \theta_2 \quad (24)$$

となる。式(24)のパラメータは, 式(18)の基本パラメータを用いて表すことができるので, 倒立振子の推定したパラメータを使用することが可能であることが分かる。

ここで,  $e = 0$  と仮定すると  $\theta_2 = r_f$  となり, 式(24)より, その状態方程式は

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{r}_f \\ \dot{r}_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -g/l_1 & \sigma_5/\sigma_3 l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \dot{\theta}_1 \\ r_f \\ \dot{r}_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \sigma_2/\sigma_3 l_1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \ddot{r}_f \quad (25)$$

と表せる。 $\ddot{r}_f$  を制御入力と考え, アームを安定にするために最適レギュレータを構成する。そして, 目標角度  $r_f$  を導くことで, VSS 適応制御の切換関数に考慮される。そこで, セルフチューニングレギュレータを用いて, 制御周期毎にフィードバックゲインの更新を行う。

最適レギュレータの設計は, 制御周期毎に式(25)の状態方程式に対してハミルトン行列を構成し, 固有ベクトル法により設計を行う。

### 6 適応制御系の構成

本研究における倒立振子の制御システムは振子系とアーム系それぞれについて制御系を構成している。振子系は VSS 適応制御を用いることで, 全てのパラメータが未知でも安定性を補償している。アーム系の未知パラメータは倒立振子のパラメータ推定を利用して取得し, 最適レギュレータにより安定化している。そして, 全て未知パラメータとした倒立振子の安定化を実現している。

以下に本システムのブロック線図を示す。尚, パラメータ推定や適応制御に必要な各データは, 低域フィルタを用いて獲得している。

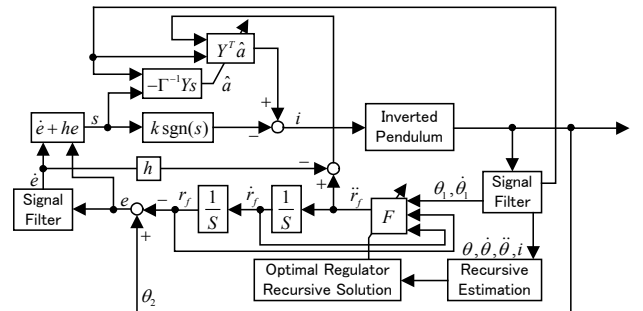


Fig. 3 Adaptive control system

## 7 シミュレーション

倒立振子の適応制御シミュレーションを行う。シミュレーションを行う際には、倒立振子のパラメータが必要となる。そこで、検証用として振子を下向きにしてシステム同定を行い、得たパラメータを真値として扱うこととする。真値としたパラメータを Table 1 に示す。また、シミュレーションの諸条件を Table 2 に示す。

Table 1 Pendulum model parameter (true value)

$\sigma_1$	$\sigma_2$	$\sigma_3$	$\sigma_4$	$\sigma_5$	$\sigma_6$
9.779e-2	5.590e-2	0.2692	2.504e-3	7.410e-4	0.1351

Table 2 Conditions of adaptive control

サンプリング周期	$T = 0.002[\text{sec.}]$
切換関数の定数	$h = 10$
VSSゲイン	$k = 2$
VSS適応ゲイン	$\Gamma = \gamma I, \gamma = 10$
最適レギュレータの重み	$Q = \text{diag}(100, 100, 1, 1), R = 1$

最適レギュレータはアームを安定化するために用いるため、Table 2 のようにアームの状態変数に重みを置いた。また、最小2乗法によるパラメータ推定の精度を上げるため、制御開始から4秒間は振幅 $\pm 1[A]$ 、周期 $1.0[\text{sec.}]$ のパルス外乱を入力に加えている。以下にシミュレーション結果を示す。

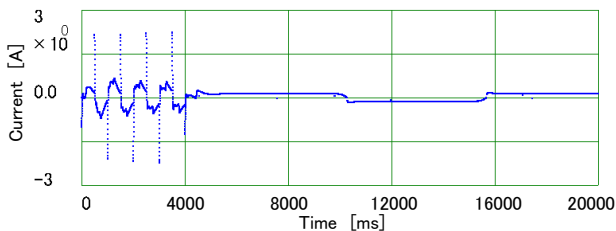


Fig. 4 Control input

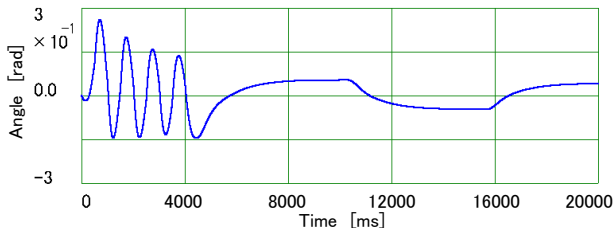


Fig. 5 Arm angle

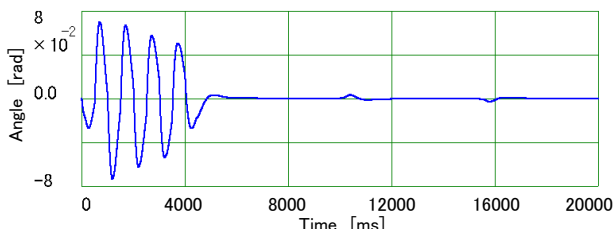


Fig. 6 Pendulum angle

アーム、振子共に4秒間は入力外乱を加えているので振れが目立つ。しかし、振子は入力外乱を止めると、すぐに収束しているのが分かる。アームは振子のように収束してはいないが、原点へ戻そうとしているのが分かる。VSS 適応制御と併行して行っている基本パラメータ推定は Fig.7 のようになった。制御を開始して1秒後には、パラメータが収束しているのが分かる。これに対し、フィードバックゲインもすぐに収束しているのが分かる。

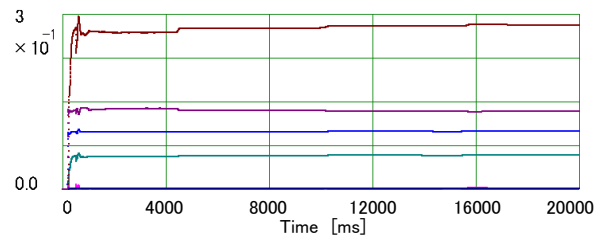


Fig. 7 Eastimated parameters

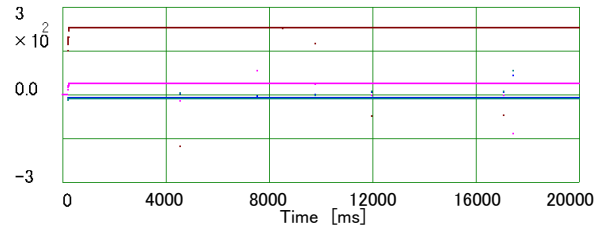


Fig. 8 Feedback gain

## 8 実験

VSS 適応制御の実機による実験を行う。実験における諸条件は、シミュレーションと同様に Table 2 に示した条件を用いて行う。また、基本パラメータ推定の精度を上げるために制御開始から4秒間は振幅 $\pm 1[A]$ 、周期 $1.0[\text{sec.}]$ のパルス外乱を加えた。以下に実験結果を示す。

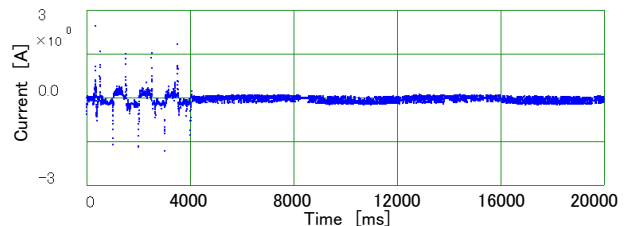


Fig. 9 Control input

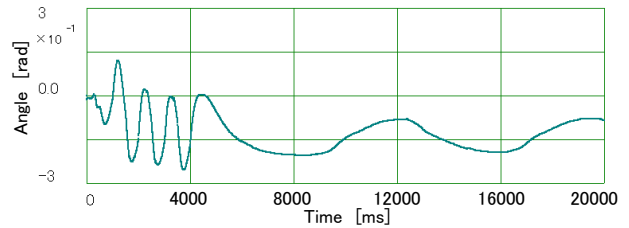


Fig. 10 Arm angle

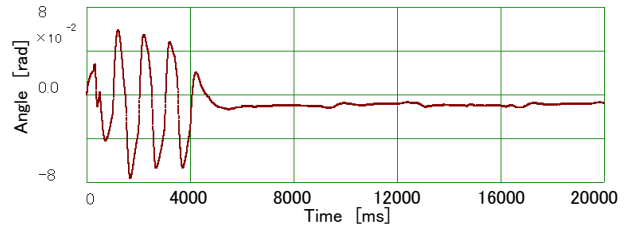


Fig. 11 Pendulum angle

アームは原点ではなく  $-0.15[\text{rad.}]$  付近で振れているのが分かる。その点以外はシミュレーションと同じ様な結果となっている。また、グラフでは 20 秒間のデータであるが、これ以降観測していてもアームは収束せずに振れていた。これは非線形摩擦などの影響によるものであると考えられる。

振子に関しては、多少偏差を残して収束しているが、 $-0.01[\text{rad.}]$  と非常に微小である。その他はシミュレーションと同じ様な結果となっている。

以上のように、振り子とアームの両方を同時に安定化することができていることが分かる。次に、基本パラメータの推定結果及びフィードバックゲインのグラフを示す。

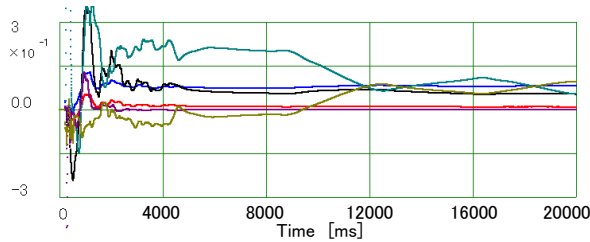


Fig. 12 Estimated parameters

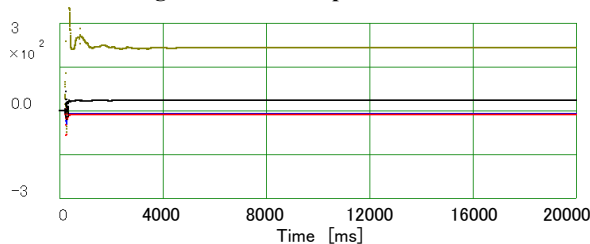


Fig. 13 Feedback gain

Fig.12 に示すように、基本パラメータはシミュレーションと異なり、すぐには収束しないことが分かる。特に始めの3秒間はパラメータが大きくふらついている。そして、制御を開始して12秒程度経過したあたりからパラメータは落ち着いてきている。

一方、フィードバックゲインは制御を開始して1秒後には収束しているのが分かる。推定開始直後はパラメータのふらつきが大きく、設計されるフィードバックゲインも大きく変化してしまっているが、1秒後からは推定パラメータが収束していなくてもフィードバックゲインは一定のままであることが分かる。

したがって、制御を開始して1秒後には制御対象の運動特性を把握できていると考えられる。これは推定したパラメータを直接用いてレギュレータを設計するのではなく、ハミルトン行列より固有ベクトル法を用いて設計したためである。つまり、パラメータがふらついていてもそこには相互関係があり、固有値はより速く収束しているからである。

## 9 一般的なLQ最適制御への切り換え

VSS 適応制御により振り子のみの安定化制御を行う。その間、パラメータを推定しておき、フィードバックゲインが収束してきたら倒立振り子のセルフチューニング制御に切り換える。

以下に実験の諸条件と実験結果を示す。尚、切り換えのタイミングは制御を開始してから2秒後とし、4秒間は振幅  $\pm 1[A]$ 、周期1.0[sec.]のパルス外乱を入力に加えている。

Table 3 Conditions of experiment

サンプリング周期	$T = 0.001[\text{sec.}]$
切換関数の定数	$h = 10$
VSSゲイン	$k = 2$
VSS適応ゲイン	$\Gamma = \gamma I, \gamma = 10$
最適レギュレータの重み	$Q = \text{diag}(1, 100, 1, 1), R = 1$

制御開始から2秒間はアーム系を考慮せずに振り子のみを安定化しているため、振り子は制御できているが、アームは一方方向に行ってしまう。しかし、2秒以降はセルフチューニングレギュレータへ切り換えるため、アームを原点へと戻そうとしているのが分かる。

フィードバックゲインが収束するまでの2秒間を VSS 適応制御により振り子のみ安定化させておくことで、全て未知のパラメータに対する制御が実現できることが分かる。

振り子系とアーム系を考慮した VSS 適応制御と比較すると、入力外乱がなくなった後の振り子とアームは同じ様な結果となっていることが分かる。しかし、この手法はセルフチューニングレギュレータに切り換えるまでの間はアームが不安定であるため、アームの振れが大きくなってしまう。

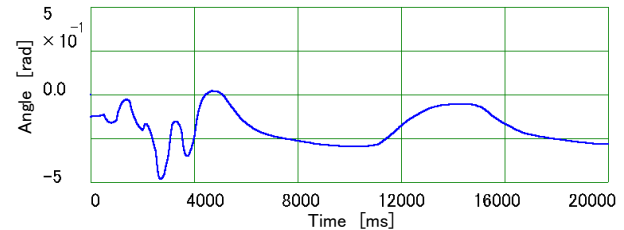


Fig. 14 Arm angle

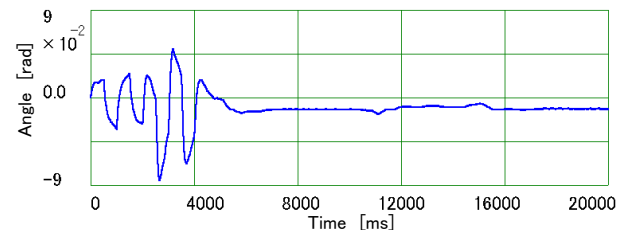


Fig. 15 Pendulum angle

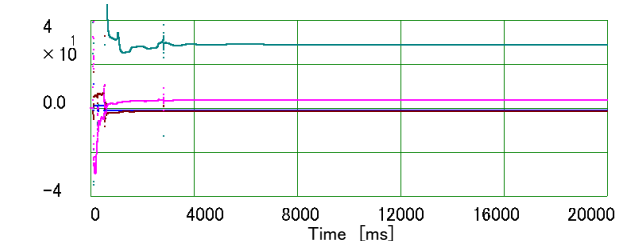


Fig. 16 Feedback gain

## 10 おわりに

本研究により VSS 適応制御にセルフチューニング制御を組み込むことで全てのパラメータを未知とした倒立振り子の制御を実現することができた。したがって、慣性の大きく異なる振り子や制御中のパラメータ変動に対しても、同一のプログラムにより制御可能であると考えられる。

振り子系とアーム系を制御開始から安定化することが実験により可能であると確認できた。したがって、フィードバックゲインの収束を待つ必要のある一般的なLQ最適制御への切り換えよりその点に関しては有効であると思われる。

## 参考文献

- 1) J.J. E. Slotine, W. Li : "Adaptive manipulator control : A case study", IEEE Transactions on Automatic control, 11-33, 995/1003, (1988)
- 2) M. Yamakita, K. Furuta : "VSS Adaptive Control Based on Nonlinear Model for TITech Pendulum", IEEE International Conference on Industrial Electronics, vol.3, 1488/1493, (1992)
- 3) R. Phornsuk, H. Hirata : "SELF-TUNING CONTROL FOR ROTATIONAL INVERTED PENDULUM BY EIGENVALUE APPROACH", IEEE International Conference, vol.4, 542/545, (2004)