

回転型倒立振子のセルフチューニング制御

東海大学 清宮 大司, 平田 弘志, 河住 紀生

Self-tuning control for Rotational Inverted Pendulum

Masashi SEIMIYA, Hiroshi HIRATA, Norio KAWASUMI Tokai University

Abstract : We proposed the self-tuning control system for stabilizing the rotational inverted pendulum of which the moment of inertia greatly changes. The control system recursively the unknown basic parameter, reconstructs the controller, and also stabilizes the inverted pendulum. The usefulness of the proposed method is verified by the experiment result of the practical system.

1. 目的

倒立振子に対しては多くの研究が成され、安定化制御が行われてきた。倒立振子制御系のパラメータが著しく変化する場合、例えば、振子の慣性が制御中に変化するとき、固定の制御器では制御性能の劣化を招く。そのような場合にコントローラをチューニングすることで、制御性能を改善することができる。本研究では振子が伸縮し慣性モーメントが大きく変化する回転型倒立振子に対してパラメータ変化を逐次推定³⁾し、コントローラをリアルタイムで再構築し、倒立振子の安定を保つようなセルフチューニング制御を提案する。さらに、実機における実験より良好な制御結果が得られることを実証する。

2. モデル化

Fig.1 にモデル図を示す。第1リンクのアームはモータに直結しておりトルクを与えることができる。各軸の角度はエンコーダで検出可能である。

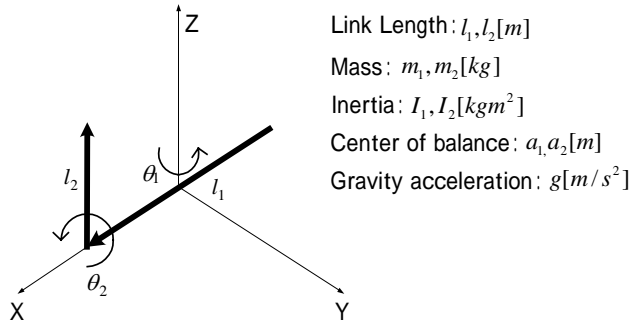


Fig.1 Rotational Inverted Pendulum Model

Fig.1 の倒立振子の運動方程式は振子のクーロン摩擦を無視すると以下のように表される。

$$\tau = M(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + G(\theta) + B\dot{\theta} + D(\dot{\theta}) \quad (1)$$

τ は入力トルク, $\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}$ はそれぞれ角度, 角速度, 角加速度である。

$$M(\theta) = \begin{bmatrix} J_1 + J_2 S_2^2 & -r l_1 C_2 / 2 \\ -r l_1 C_2 / 2 & J_2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

ただし, $J_1 = I_1 + m_1 a_1^2 + m_2 l_1^2$, $J_2 = I_2 + m_2 a_2^2$, $r = m_2 a_2^2$
 $S_2 = \sin(\theta_2)$, $C_2 = \cos(\theta_2)$

$$C(\theta, \dot{\theta}) = \begin{bmatrix} 2J_2 S_2 C_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + r l_1 S_2 \dot{\theta}_2^2 / 2 \\ -J_2 S_2 C_2 \dot{\theta}_1^2 \end{bmatrix}, \quad G(\theta) = \begin{bmatrix} 0 \\ -r g S_2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}, \quad D(\dot{\theta}) = \begin{bmatrix} d_1 \text{sgn}(\dot{\theta}_1) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

式(1)は基本パラメータ δ に関するベクトル型線形関係式

$$\tau = M(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + G(\theta) + B\dot{\theta} + D(\dot{\theta}) = \Phi(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta})\delta \quad (5)$$

と表せる。計測行列 $\Phi(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta})$ と δ は次式となる。

$$\Phi(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}) = \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 & \dot{\theta}_2 & \dot{\theta}_3 & \dot{\theta}_1 & 0 & \text{sgn}(\dot{\theta}_1) \\ 0 & \dot{\theta}_2 & \dot{\theta}_3 & 0 & \dot{\theta}_2 & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\dot{\theta}_2 = S_2^2 \ddot{\theta}_1 + 2S_2 C_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2, \quad \dot{\theta}_3 = l_1 C_2 \ddot{\theta}_2 - l_1 S_2 \dot{\theta}_2^2 / 2,$$

$$\dot{\theta}_{22} = \dot{\theta}_2 - S_2 C_2 \dot{\theta}_1^2, \quad \dot{\theta}_{23} = l_1 C_2 \dot{\theta}_1 / 2 + g S_2$$

$$\delta = [J_1 \quad J_2 \quad r \quad b_1 \quad b_2 \quad d_1] \quad (7)$$

3. 倒立振子の制御を考慮したパラメータの導出

本研究では倒立振子を最適レギュレータによって制御する。状態方程式は入力をモータに流れる電流 i とすると次式のように表せる。 k_r はトルク定数である。

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -J_2/k_r d_1/k_r & (r/k_r)^2 l_1 g/2 & -r/k_r l_1 d_2/2k_r \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -r/k_r l_1 d_1/2k_r & (J_1/k_r)(r/k_r)g & -J_1/k_r d_2/k_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \dot{\theta}_1 \\ \theta_2 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & J_2/k_r \\ \beta & 0 \\ 0 & 0 \\ r/k_r l_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \dot{\theta}_1 \\ \theta_2 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}, \quad \beta = (J_1/k_r)(J_2/k_r) - (r l_1/2k_r)^2 \quad (8)$$

上式からトルク定数 k_r は全ての基本パラメータの分母に現れる。従って、式(5)を次のようにすることで、トルク定数を含むパラメータ σ を推定することができる。

$$i = \Phi(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta})\sigma, \quad \sigma = \delta/k_r = [\sigma_1 \quad \sigma_2 \quad \sigma_3 \quad \sigma_4 \quad \sigma_5 \quad \sigma_6] \quad (9)$$

このようにすることで、トルク定数が未知、または可変のモータに対応することが可能であると考えられる。

4. 推定機構

前章より倒立振子の運動は式(9)の関係式で与えられる。よって式(9)のパラメータが求められれば運動は明確となるので、ここではパラメータ σ を推定する。推定モデルは式(10)のように表される。

$$y(k) = \Phi^T(k)\hat{\sigma}(k) \quad (10)$$

$\hat{\sigma}(k)$ は推定値, $y(k)$ は推定モデルの出力, $\Phi(k)$ は計測によって得られる運動データにより構成される計測行列である。以下に最小2乗形一般化適応則を示す。

$$\hat{\sigma}(k) = \hat{\sigma}(k-1) - \frac{Q(k)\Phi(k)e(k)}{\lambda(k) + \text{tr}[\Phi^T(k)Q(k)\Phi(k)]} \quad (11)$$

$$Q(k) = \frac{1}{\lambda(k)} \left\{ Q(k-1) - \frac{Q(k-1)\Phi(k)\Phi^T(k)Q(k-1)}{\lambda(k) + \text{tr}[\Phi^T(k)Q(k-1)\Phi(k)]} \right\} \quad (12)$$

$$e(k) = i(k) - \Phi^T(k)\hat{\sigma}(k-1) \quad (13)$$

$$\lambda(k) = (1 - \mu)\lambda(k) + \mu \quad (14)$$

重み係数 $\lambda(k)$ は $0.98 < \lambda \leq 1$ 程度で使用され, μ は重み係数を調節するための定数である。

5.セルフチューニング制御

Fig.2 に制御系のブロック線図を示す．図中 A,B,C は3章で示した状態方程式を表し，F は各状態における最適レギュレータのフィードバックゲインを表している．入出力情報を用いてパラメータを推定し，コントローラを調整することで振子のパラメータが変動した場合の安定を保つことができる．

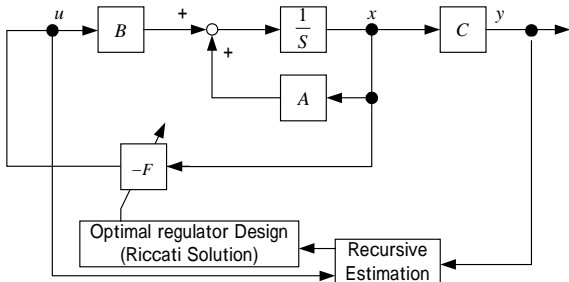


Fig.2 Self-Tuning Control System for Inverted Pendulum

6. 同定のための運動データの獲得

パラメータ推定は実機からの入出力情報によって行う．入力の実機への電流，出力は実機からの角度である．これらの物理量は A/D 変換器やエンコーダパルスカウンタを用いることで実測が可能である．また推定に必要な運動データは式(15)のフィルタの出力として得られる．

$$G_0 = \frac{1}{(1 + \tau_f s)^3}, \quad G_1 = sG_0, \quad G_2 = s^2G_0 \quad (15)$$

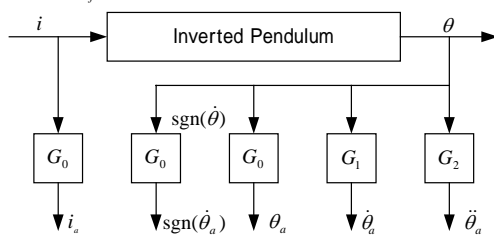


Fig.3 Compensation of sensor dynamics

7. 制御中での同定系の検証シミュレーション

倒立振子の制御は推定したパラメータを用いて最適レギュレータにより実施した．倒立振子は第2リンクである振子への入力が無く，振子が倒れない状態で運動データを獲得しなければならない．このような条件の下でシミュレーションによって同定系の検証を行った．実機においてはノイズの影響を考慮しなければならないため，フィルタの時定数 τ_f は $\tau_f = 0.01$ とした．またサンプリング時間を $T=1[\text{msec}]$ とし，真値として使用したパラメータを Table 1 に示す．その時のパラメータ推移を Fig.4 に示す．全てのパラメータがほぼ真値へ収束していることが確認できた．

Table 1 Model Parameters (true value)

σ_1	σ_2	σ_3	σ_4	σ_5	σ_6
0.1125	0.0606	0.156	0.03	0.01	0.1

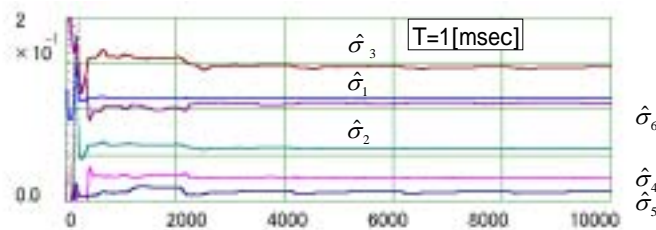


Fig.4 Parameters transition

8. 倒立振子のセルフチューニング制御

倒立振子実機における実験結果を示す．フィルタの時定数 $\tau_f = 0.045$ とし，サンプリング時間は $T=1[\text{msec}]$ とした．制御開始時点では，振子を垂らした状態で推定したパラメータを使用した．その後，振子を伸縮させ，推定パラメータが収束した時点で制御中にコントローラのチューニングを行った．振子の伸縮によって影響のあるパラメータは慣性項 σ_2, σ_3 であることが事前にわかっているので，制御中はこれら2つのパラメータに注目し，推定を行った．振子を伸縮させた場合の倒立振子制御中の推定パラメータ推移を Fig.5 に示す．図ではパラメータにふらつきが生じているが制御性能に影響はないということが実験によって確認できている． Fig.6, Fig.7 に振子を伸ばしコントローラをチューニングした結果のアーム，振子の応答をそれぞれ示す．アーム，振子ともに良好な制御結果が得られた．

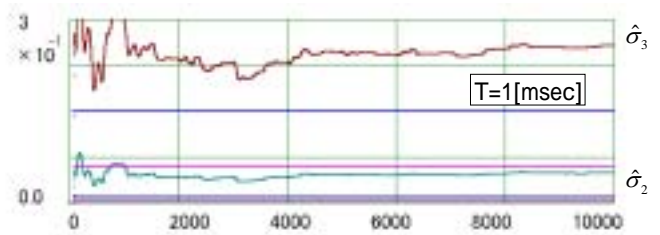


Fig.5 Estimated parameters transition of long pendulum

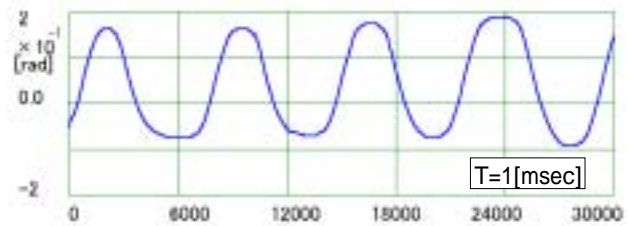


Fig.6 Response of arm

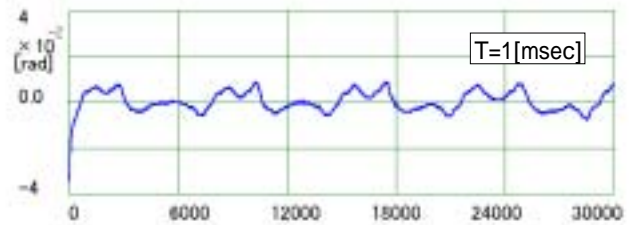


Fig.7 Response of pendulum

9. 終わりに

シミュレーションによる同定系の検証では良好な結果を確認することができた．実機における推定では制御中のパラメータ変動が推定可能であることが確認できた．また，推定パラメータを用いた制御では良好な応答を得ることができたので，推定パラメータに大きな誤差は無いと思われる．従ってコントローラのセルフチューニングとして有効な方法であると思われる．

参考文献

- 1) 平田，清宮，穴吹：大きな荷重変化を伴う2リンクダイレクトドライブアームの適応軌道制御，SI2001 シンポジウム，pp211-212(2001)
- 2) 片山徹：システム同定入門，朝倉書店（1994）
- 3) I. D. Landau：“System Identification and Control Design”，Prentice Hall，(1990)