

D6 回転型倒立振子の安定化制御に関する研究

—センサー性能の影響に関する一考察—

発表者: 3BDRM012 森川 剛浩

指導教員: 平田 弘志 教授

A study on the stabilization control of the rotary inverted pendulum

- A Study on the effects of sensor performance -

1. 目的・研究内容

近年、角速度検出用として小型圧電振動ジャイロモジュールを配置した安価なジャイロセンサーが普及してきた。また、このジャイロセンサーを使用した並進型倒立ロボットも発表されている。本研究では回転型倒立振子にジャイロセンサーを導入し、振子部の角速度検出及び回転角度検出を試みる。実験において制御性能の検証を実施し、知見を得ることは意義あることと考える。研究において、使用するジャイロセンサーの特性を実測・校正し、センサー自身が並進運動した際に受ける外乱及び他の回転軸運動から受ける外乱の影響を調査した。

2. ジャイロセンサ

ジャイロセンサーは角速度（本体の揺れ具合）を測定するセンサーで、本体が倒れようとするときの角速度を測定でき、ジャイロセンサーから得られた角速度の積分で、角度（本体の傾き）が得られる。Fig. 1にジャイロセンサーを示す。

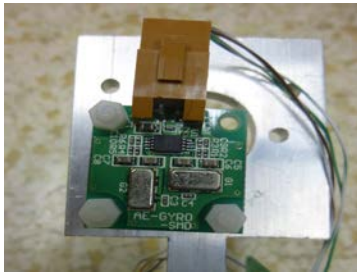


Fig. 1 ジャイロセンサ

3. システム構成

Fig. 2にシステム構成を示す。モータと振子のエンコーダからパルスを検出し、パルスカウンタより角度を微分することで角速度を得ている。また比較のためにジャイロセンサーを用いて角速度を検出している。電圧に変換した値をA/D変換によってインターフェースに取りこむ。そこから、プログラムによって適切なトルクを計算し、その値をD/Aとトルクアンプを介して倒立振子に伝える。

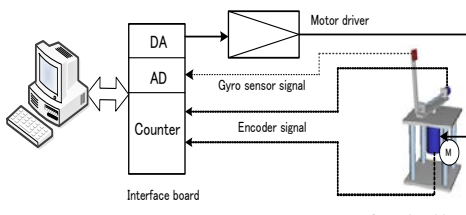


Fig. 2 システム構成

4. 倒立振子の制御

本研究ではFig3の回転型倒立振子を使って倒立振子の制御を行う。設計方法としてレギュレータを使用する。レギュレータとは、目標値が一定で外乱による制御量あるいは、状態の変動を速やかに抑えることを目的とした制御方法であり、極配置法と最適レギュレータがある。今回は最適レギュレータによって制御を行う。最適レギュレータとは、直接極を指定するのではなく、適当な評価関数を用意し、この評価関数を最小になるような入力を制御に用いる方法である。



Fig. 3 回転型倒立振子

5. モデル化

本研究では、ラグランジュの運動方程式を用いることで、モデル化を行う。モデル化のベクトル図をFig.4に示す。

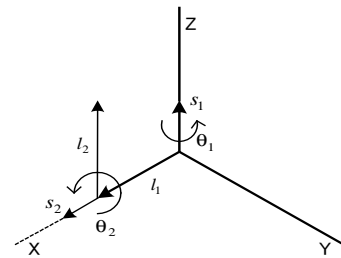


Fig. 4 ベクトル図

5-1. 運動方程式

・リンク1の角速度

$${}^0\omega_1 = {}^0\omega_0 + {}^0S_2\dot{\theta}_1 = {}^0R_1^1 S_1 \dot{\theta}_1 = \begin{bmatrix} C_1 & -S_1 & 0 \\ S_1 & C_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \dot{\theta}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \dot{\theta}_1 \quad (1)$$

・リンク2の角速度

$${}^0\omega_2 = {}^0\omega_1 + {}^0S_2\dot{\theta}_2 = {}^0\omega_1 + {}^0R_1^1 R_2^2 S_2 \dot{\theta}_2$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \dot{\theta}_1 + \begin{bmatrix} C_1 & -S_1 & 0 \\ S_1 & C_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C_2 & -S_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \dot{\theta}_2 = \begin{bmatrix} C_1 \dot{\theta}_2 \\ S_1 \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

式 (1) (2) より以下の運動方程式を導出する。

$$\begin{bmatrix} m_1 a_1^2 + I_1 + m_2 l_1^2 + m_2 a_2^2 S_2^2 + I_2 S_2^2 & -m_2 l_1 a_2 C_2 \\ -m_2 l_1 a_2 C_2 & m_2 a_2^2 + I_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2m_2 a_2^2 S_2 C_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + m_2 l_1 a_2 S_2 \dot{\theta}_2^2 + 2I_2 S_2 C_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \\ -m_2 a_2^2 S_2 C_2 \dot{\theta}_1^2 - I_2 S_2 C_2 \dot{\theta}_1^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -m_2 g a_2 S_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

現代制御理論において、コントローラを設計する場合、式 (3) のような非線形だと非常に困難になるため、数式モデルの線形化を行う。線形化した式を (4) に示す。

$$\begin{bmatrix} m_1 a_1^2 + I_1 + m_2 l_1^2 & -m_2 l_1 a_2 \\ -m_2 l_1 a_2 & m_2 a_2^2 + I_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -m_2 a_2 \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

5-2. 状態方程式

式 (4) から倒立振子の状態方程式 (5) を導出する。制御対象の速度検出にはアクチュエータがないため、 τ_2 の入力は 0 とすることができる。

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & m_2^2 l_1 a_2^2 g / \Delta & -(m_2 a_2^2 + I_2) d_1 / \Delta & 0 \\ 0 & (m_1 a_1^2 + m_2 l_1^2 + I_1) (m_2 g a_2) / \Delta & -m_2 l_1 a_2 d_1 / \Delta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ m_2 a_2^2 + I_2 \\ -m_2 l_1 a_2 / \Delta \end{bmatrix} \tau_1 \quad (5)$$

$$\Delta = (m_1 a_1^2 + I_1) (m_2 a_2^2 + I_2) + m_2 l_1^2 I_1$$

ただし、各パラメータは以下の通りとする。
 各リンクの質量： $m_1 = 0.61$ [kg]， $m_2 = 0.175$ [kg]，各リンクの長さ： $l_1 = 0.36$ [m]， $l_2 = 0.103$ [m]，各リンクの重心までの長さ： $a_1 = 0.03$ [m]， $a_2 = 0.079$ [m]，各リンクの慣性モーメント： $I_1 = 0.006$ ， $I_2 = 0.0001$ ，モータの粘性摩擦係数： $d_1 = e-5$ ，重力 $g = 9.8$ ，各リンクの角度： θ_1 ， θ_2 各リンクの角速度： $\dot{\theta}_1$ ， $\dot{\theta}_2$
 以上のパラメータを代入し、式 (6) ~ 式 (9) が導出する。

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_3 & (6) \\ \dot{x}_2 &= x_4 & (7) \\ \dot{x}_3 &= Ax_2 + Bx_3 + C\tau_1 & (8) \\ \dot{x}_4 &= Dx_2 + Ex_3 + F\tau_1 & (9) \end{aligned}$$

$$A = 3.8038e+1, \quad B = -2.5250, \quad C = 8.6480e+2 \\ D = 1.8457e+2, \quad E = -5.0392, \quad F = 1.7259e+3$$

以下 Fig. 5 に、倒立振子のブロック線図を示す。

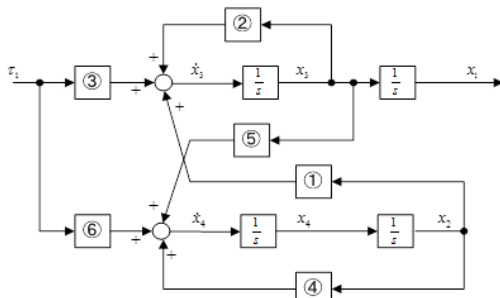


Fig. 5 倒立振子のブロック線図

5-2. 安定性

最適レギュレータを設計、用いた重みを下記に示す。

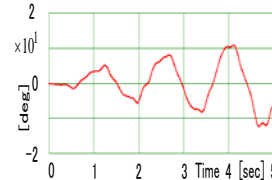
$$Q = \text{diag}[200 \ 1 \ 40 \ 1] \cdot R = 50$$

フィードバックゲインを matlab で求め、状態フィードバック制御を行う。すると、最適フィードバックゲインが

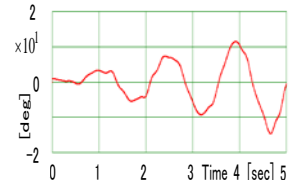
$$-2.000 \ 12.870 \ -1.3211 \ 1.1428$$

と求められる。

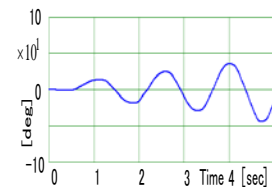
6. 実験結果



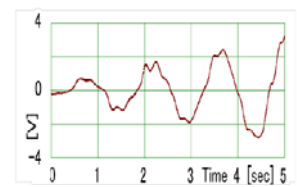
(a) エンコーダからの角度



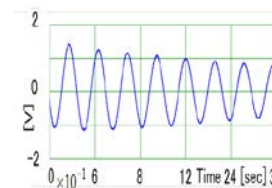
(b) ジャイロからの角度



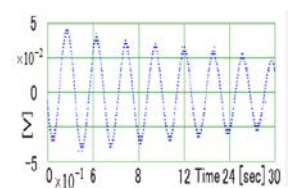
(c) エンコーダからのアームの角度



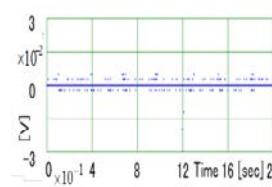
(d) 操作量



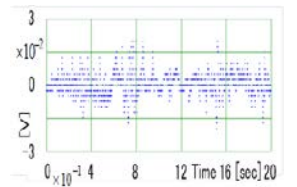
(e) ジャイロセンサー-ch1



(f) ジャイロセンサー-ch2



(g) 静止時ジャイロ



(h) 並進運動時ジャイロ

Fig. 6 実験結果

7. まとめ

ジャイロセンサーを適切に校正し、適度な低域フィルタリングを施すことにより、振り子部角速度検出用センサーとして有効であることが判明した。しかし、他の回転軸運動（アーム部の回転運動）による角速度外乱の影響を除去することが困難であり、この外乱成分を含む信号を積分すると、角度誤差が蓄積してしまい振り子部角度センサーとして使用することは困難と判明した。ジャイロセンサーの特性の実測結果から並進型の倒立振子においては回転型システムとは異なりジャイロセンサーが受ける外乱が少ないと考えられる。

業績リスト

(1) 森川剛浩, 水島亮直, 平田 弘志, “LQ 制御による一脚ロボットの姿勢安定化制御”, 電気学会産業応用部門大会(2014)