重量変化を考慮した車輪型倒立振子の安定化制御系

東海大学大学院　工学研究科　　〇下山　修
東海大学　　　　情報理工学部　　平田　弘志

1.　はじめに

倒立振子の中で二つの車輪を持つタイプの応用研究が盛んであり，セグウェイに代表されるパーソナルモビリティと荷役目的の自律走行ロボットに分けられる．議論の中心は安定化制御と二輪移動体の位置姿勢制御に関するものが殆どで，対象の重量変化を考慮した場合の未知パラメータ系の議論が少ないのが現状である．そこで，本研究では車輪型倒立振子を構成し，未知パラメータに対して制御系を提案する．

2.　制御対象と基本パラメータ

制御対象である実験機とモデル図を以下の Fig.1, Fig.2 に示す．

Fig.1 実験機

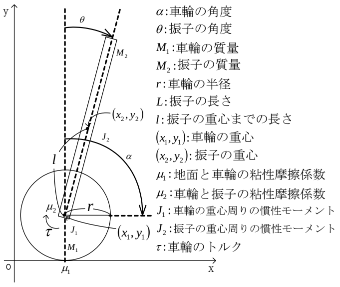

Fig.2 モデル図

運動方程式は以下で表せる．

$$\left(J_1 + M_1 r^2 + M_2 r^2\right)\ddot{\alpha} + M_2 r\ell\left(\ddot{\theta}\cos\theta - \dot{\theta}^2 \sin\theta\right) + \mu_1\dot{\alpha} + d_1\,\mathrm{sgn}(\dot{\alpha}) = \tau \tag{1}$$

$$\left(J_2 + M_2\ell^2\right)\ddot{\theta} + M_2 r\ell\ddot{\alpha}\cos\theta - M_2 g\ell\sin\theta + \mu_2\dot{\theta} = 0 \tag{2}$$

ただし g は重力加速度， d_1 は車輪のクーロン摩擦であり， $\tau = k_\tau * i$ である．また，振子のクーロン摩擦は微小とみなし無視している．

基本パラメータに関する線形関係式は

$$\boldsymbol{\tau} = M(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta,\dot{\theta})\dot{\theta} + B\dot{\theta} + D(\dot{\theta}) = \Phi^{\mathrm{T}}(\theta,\dot{\theta},\ddot{\theta})\zeta \tag{3}$$

$$\begin{cases} \Phi^{\mathrm{T}}(\theta,\dot{\theta},\ddot{\theta}) = \begin{bmatrix} \ddot{\alpha} & 0 & r\,c\ddot{\theta} - rs\dot{\theta}^2 & \dot{\alpha} & 0 & \mathrm{sgn}(\dot{\alpha}) \\ 0 & \ddot{\theta} & rc\ddot{\alpha} - gs & 0 & \dot{\theta} & 0 \end{bmatrix} \\ \zeta^T = \begin{bmatrix} \zeta_1 & \zeta_2 & \zeta_3 & \zeta_4 & \zeta_5 & \zeta_6 \end{bmatrix} \\ \zeta_1 = J_1 + (M_1 + M_2)r^2, \quad \zeta_2 = J_2 + M_2 l^2 \\ \zeta_3 = M_2 l, \quad \zeta_4 = \mu_1, \quad \zeta_5 = \mu_2, \quad \zeta_6 = d_1 \end{cases} \tag{4}$$

として表せる．ここで，$\Phi^{\mathrm{T}}(\theta,\dot{\theta},\ddot{\theta})$ はregressor行列，ζ は基本パラメータである．また，モータトルク定数 k_τ が不確定な場合を考慮して次式のようにして使用する．

$$\begin{cases} i = \Phi^{\mathrm{T}}(\theta,\dot{\theta},\ddot{\theta})\sigma, \quad i^T := \begin{bmatrix} i & 0 \end{bmatrix} \\ \sigma^T = \begin{bmatrix} \sigma_1 & \sigma_2 & \sigma_3 & \sigma_4 & \sigma_5 & \sigma_6 \end{bmatrix} \\ \sigma_1 = \zeta_1 / k_\tau, \quad \sigma_2 = \zeta_2 / k_\tau, \quad \sigma_3 = \zeta_3 / k_\tau \\ \sigma_4 = \zeta_4 / k_\tau, \quad \sigma_5 = \zeta_5 / k_\tau, \quad \sigma_6 = \zeta_6 / k_\tau \end{cases} \tag{5}$$

3.　振子系の安定化

平衡点近傍で線形化した車輪型倒立振子の運動方程式は次式となる．

$$\begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \ddot{\alpha} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -Eg \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \alpha \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mu_1 & 0 \\ 0 & \mu_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_1\,\mathrm{sgn}(\dot{\alpha}) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_\tau i \\ 0 \end{bmatrix} \tag{6}$$

振子角速度について次式を得る．

$$-\frac{\det M}{Bk_\tau}\ddot{\theta} - \frac{A\mu_2}{Bk_\tau}\dot{\theta} + \frac{AEg}{Bk_\tau}\theta + \frac{\mu_1}{k_\tau}\dot{\alpha} + \frac{d_1\,\mathrm{sgn}(\dot{\alpha})}{k_\tau} = i \tag{7}$$

$$\det M = AD - B^2$$

ここで振子の角度を安定にする設計を行う．

$$e := \theta - r_f\,, \quad \dot{\theta}_r := \dot{r}_f - he, (h > 0)\,, \quad s_c := \dot{\theta} - \dot{\theta}_r = \dot{e} + he \tag{8}$$

と定義すると以下のように表わされる．

$$\begin{cases} Y^T\alpha + H\dot{s}_c = i + w \\ H := -\det M / Bk_\tau \end{cases} \tag{9}$$

$$\begin{cases} Y^T = \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_r & \dot{\theta} & \theta & \dot{\alpha} & \mathrm{sgn}(\dot{\alpha}) \end{bmatrix} \\ \alpha^T = \begin{bmatrix} -\dfrac{\det M}{Bk_\tau} & -\dfrac{A\mu_2}{Bk_\tau} & \dfrac{AEg}{Bk_\tau} & \dfrac{\mu_1}{k_\tau} & \dfrac{d_1}{k_\tau} \end{bmatrix} \\ \ddot{\theta}_r := \ddot{r}_f - h\dot{e} \end{cases} \tag{10}$$

以上の仮定の下で VSS 適応制御則を以下に示す．

$$\begin{cases} i = \boldsymbol{Y}^T\hat{\boldsymbol{\alpha}} - k_v\,sat(s_c/\delta), (k_v > 0) \\ \hat{\alpha}^T := \begin{bmatrix} \hat{\alpha}_1 & \hat{\alpha}_2 & \hat{\alpha}_3 & \hat{\alpha}_4 & \hat{\alpha}_5 \end{bmatrix} \end{cases} \tag{11}$$

$$\dot{\hat{\alpha}} = -\Gamma^{-1}Ys_c, (\Gamma > 0) \tag{12}$$

ここで，k_v は VSS ゲインであり，Γ は適応則ゲインで対象行列とする．

4.　車輪系の安定と誘拐な振子目標角を与える STC

式(3)から車輪系の方程式は

$$B\ddot{\alpha} = -D\ddot{\theta} - \mu_2\dot{\theta} + Eg\theta \tag{13}$$

$\theta = r_f$ とみなし

$$\ddot{\alpha} = \frac{g}{r}r_f - \frac{\mu_2}{M_2 rl}\dot{r}_f - \frac{D}{M_2 rl}\ddot{r}_f \tag{14}$$

基本パラメータを用いた状態方程式は

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \ddot{\alpha} \\ \dot{r}_f \\ \ddot{r}_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g/r & \beta_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \alpha \\ \dot{\alpha} \\ r_f \\ \dot{r}_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \beta_2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}\ddot{r}_f \tag{15}$$

$$\beta_1 = -\frac{\mu_2}{M_2 rl} = -\frac{\zeta_5}{\zeta_3 r} = -\frac{k_\tau\sigma_5}{k_\tau\sigma_3 r} = -\frac{\sigma_5}{\sigma_3 r}$$

$$\beta_2 = -\frac{D}{M_2 rl} = -\frac{\zeta_2}{\zeta_3 r} = -\frac{k_\tau\sigma_2}{k_\tau\sigma_3 r} = -\frac{\sigma_2}{\sigma_3 r}$$

となる．振子目標角速度 $\ddot{r}_f$ を制御入力と考えた(12)式のシステムにおいて，次の評価関数 J

$$\begin{cases} J = \int_0^\infty (x^T Qx + \ddot{r}_f{}^T R\ddot{r}_f)dt, (Q \geq 0, R > 0) \\ x^T := \begin{bmatrix} \alpha & \dot{\alpha} & r_f & \dot{r}_f \end{bmatrix} \end{cases} \tag{13}$$

を最小にするフィードバックゲイン F_o を制御周期毎に求め

$$\begin{cases} \ddot{r}_f = F_o{}^T x \\ F_o{}^T := \begin{bmatrix} f_1 & f_2 & f_3 & f_4 \end{bmatrix} \end{cases} \tag{14}$$

を更新する．