

D3 車輪型倒立振り子ロボットの適応制御系に関する研究

発表者：2BDRM015 下山 修
 指導教員：平田 弘志 教授

Adaptive Control System for a Wheeled Inverted Pendulum Robot

Abstract: Inverted pendulum is an unstable system and have been used to confirm the effectiveness of the control method for a long time. In recent years, application study of wheeled inverted pendulum (WIP) robot is very active. Most of these discussions are either the stabilization or the position control in parameter known system. Few studies consider case of unknown parameter system. In this study, such VSS adaptive control system as tracking the reference input is applied to the pendulum of WIP and the wheel part is also stabilized by means of self-tuning control (STC) that assures the boundary reference angle of the pendulum.

1. はじめに

倒立振り子は不安定なシステムなため古くから制御手法の有効性を確認するために用いられてきた。構造としてはシンプルであるが、振り子を倒立させ保つには強い非線形を有し、不安定なシステムである。

近年、倒立振り子の中で二つの車輪を持つタイプの応用研究が盛んである。大別するとセグウェイに代表されるパーソナルモビリティと荷役目的の自律走行ロボットに分けられる。これらの議論の中心は安定化制御と二輪移動体の位置姿勢制御に関するものが殆どであり、対象の重量変化を考慮した場合の未知パラメータ系の議論が少ないのが現状である。

上記の車輪型倒立振り子応用系においてはいずれの用途においても振り子の重量および慣性モーメントの変化が想定される。また、移動体の速度確保を優先すると駆動部分の減速比が小さくなり、これらの影響が大きくなることが予想される。基本的に不安定な対象なので安定度に大きな影響を及ぼす要因は排除すべきものである。したがって、これらの用途ではその都度適切なチューニング機能を内蔵した系が望ましい。

そこで本研究では、車輪型倒立振り子ロボットを構成し、車輪の径以外の物理パラメータを未知とした制御系設計を提案する。また、重量変化によるパラメータ変動に対する検証を行う。

2. 制御対象

車輪型倒立振り子の構造は、二輪を繋ぐ車軸に振り子が付いており、前後のみ移動する構造となっている。また、車輪と振り子の角度を読み取るエンコーダがそれぞれ取り付けられており、車輪の角度を読み取るエンコーダはDCモータと一体になっているものを使用している。制御対象である実験機を Fig.1. また、前後移動のみなので対象を一つの車輪と棒で考えモデル図を Fig.2 のように示す。



Fig.1 実験機

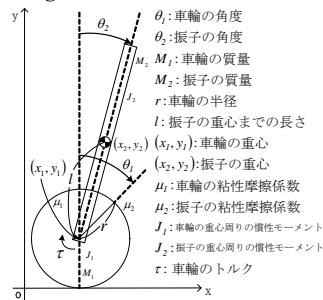


Fig.2 モデル図

Fig.2 より運動方程式は次のように表せる。

$$(J_1 + M_1 r^2 + M_2 r^2) \ddot{\theta}_1 + M_2 r l (\ddot{\theta}_2 \cos \theta_2 - \dot{\theta}_2^2 \sin \theta_2) + \mu_1 \dot{\theta}_1 + d_1 \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_1) = \tau \quad (1)$$

$$(J_2 + M_2 l^2) \ddot{\theta}_2 + M_2 r l \ddot{\theta}_1 \cos \theta_2 - M_2 g l \sin \theta_2 + \mu_2 \dot{\theta}_2 = 0 \quad (2)$$

ただし g は重力加速度、 d_1 は車輪のクーロン摩擦係数であり、 $\tau = k_\tau * i$ である。また、振り子のクーロン摩擦は微小とみなし無視している。

基本パラメータに関する線形関係式は

$$\tau = M(\theta) \ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta}) \dot{\theta} + B \dot{\theta} + D(\theta) = \Phi^T(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}) \zeta \quad (3)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \Phi^T(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}) &= \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 & 0 & r c \ddot{\theta}_2 - r s \dot{\theta}_2^2 & \dot{\theta}_1 & 0 & \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_1) \\ 0 & \ddot{\theta}_2 & r c \dot{\theta}_1 - g s & 0 & \dot{\theta} & 0 \end{bmatrix} \\ \zeta^T &= [\zeta_1 \quad \zeta_2 \quad \zeta_3 \quad \zeta_4 \quad \zeta_5 \quad \zeta_6] \\ \zeta_1 &= J_1 + (M_1 + M_2) r^2, \quad \zeta_2 = J_2 + M_2 l^2 \\ \zeta_3 &= M_2 l, \quad \zeta_4 = \mu_1, \quad \zeta_5 = \mu_2, \quad \zeta_6 = d_1 \end{aligned} \right. \quad (4)$$

として表せる。ここで、 $\Phi^T(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta})$ は regressor 行列、 ζ は基本パラメータである。また、モータトルク定数 k_τ が不確定な場合を考慮して次式のようにして使用する。

$$\left\{ \begin{aligned} i &= \Phi^T(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}) \sigma, \quad i^T := [i \quad 0] \\ \sigma^T &= [\sigma_1 \quad \sigma_2 \quad \sigma_3 \quad \sigma_4 \quad \sigma_5 \quad \sigma_6] \\ \sigma_1 &= \zeta_1 / k_\tau, \quad \sigma_2 = \zeta_2 / k_\tau, \quad \sigma_3 = \zeta_3 / k_\tau \\ \sigma_4 &= \zeta_4 / k_\tau, \quad \sigma_5 = \zeta_5 / k_\tau, \quad \sigma_6 = \zeta_6 / k_\tau \end{aligned} \right. \quad (5)$$

このとき、 σ を新たな基本パラメータとする。

3. 制御系設計

対象を振り子系と車輪系に二種類の適応制御系を構成する。一つ目に振り子系に目標値追従型のVSS(可変構造系)適応制御系を構成し、振り子系がスライディングモードであることを仮定する。二つ目に車輪系の安定性と有界な振り子目標角の保証するためにSTC(セルフチューニング制御)を構成する。

3.1 振り子系の安定化

式(1), (2)を平衡点近傍で線形化した車輪型倒立振り子の運動方程式は式(6)となる。

$$\begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -Eg \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mu_1 & 0 \\ 0 & \mu_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_1 \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_1) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_\tau i \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$A = J_1 + (M_1 + M_2) r^2, \quad B = M_2 r l, \quad D = J_2 + M_2 l^2, \quad E = M_2 l$$

式(6)から振子系方程式は式(7)となる.

$$\begin{aligned} -\det M \ddot{\theta}_2 - A\mu_2 \dot{\theta}_2 + AEg\theta_2 + B\mu_1 \dot{\theta}_1 + Bd_1 \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_1) &= Bk_\tau i \\ \det M &= AD - B^2 \end{aligned} \quad (7)$$

振子の回転角度 θ_2 に対して目標とする角度を r_f とし, その誤差 e を式(8), 参照速度 $\dot{\theta}_r$ を式(9), 切換関数 s_c を式(10)と定義する.

$$e := \theta_2 - r_f \quad (8)$$

$$\dot{\theta}_r := \dot{r}_f - he, (h > 0) \quad (9)$$

$$s_c := \dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_r = \dot{e} + he \quad (10)$$

式(7)の対象に対して不確定外乱を考慮し, 式(11)のように表す. ここで, w は等価外乱項, α はパラメータ, Y は計測値から成るベクトルである.

$$\begin{cases} Y^T \alpha + Hs_c = i + w \\ H := -\det M / Bk_\tau \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} Y^T = [\dot{\theta}_r \quad \dot{\theta}_2 \quad \theta_2 \quad \dot{\theta}_1 \quad \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_1)] \\ \alpha^T = \left[-\frac{\det M}{Bk_\tau} \quad -\frac{A\mu_2}{Bk_\tau} \quad \frac{AEg}{Bk_\tau} \quad \frac{\mu_1}{k_\tau} \quad \frac{d_1}{k_\tau} \right] \end{cases} \quad (12)$$

以上の仮定の下で V S S 適応則を以下に示す.

$$\begin{cases} \dot{i} = Y^T \hat{\alpha} - k_v \operatorname{sat}(s_c / \delta), (k_v > 0) \\ \hat{\alpha}^T := [\hat{\alpha}_1 \quad \hat{\alpha}_2 \quad \hat{\alpha}_3 \quad \hat{\alpha}_4 \quad \hat{\alpha}_5] \end{cases} \quad (13)$$

$$\operatorname{sat}(s_c / \delta) := \begin{cases} \operatorname{sgn}(s_c) |s_c| > \delta \\ s_c / \delta & |s_c| \leq \delta \end{cases} \quad (14)$$

$$\dot{\hat{\alpha}} = -k_a \hat{\alpha} - \Gamma^{-1} Y s_c, (\Gamma > 0) \quad (14)$$

k_v は V S S ゲインであり, k_a はパラメータ推定則 $\hat{\alpha}$ のゲイン, Γ は適応則ゲインで対称行列とする. 目標角 r_f が安定に与えられ, 式(11)の外乱に関する次の条件

$$|w| < k_v + k_a \{ \|\hat{\alpha}\|^2 \lambda_{\min}(\Gamma) - |\alpha^T \Gamma \hat{\alpha}| \} / \delta, (|s_c| > \delta) \quad (15)$$

$$|w| < k_a \{ \|\hat{\alpha}\|^2 \lambda_{\min}(\Gamma) - |\alpha^T \Gamma \hat{\alpha}| \} / \delta, (|s_c| \leq \delta) \quad (16)$$

の元で, $t \rightarrow \infty$ で $s_c \rightarrow 0$ となる. すなわち, $e \rightarrow 0$ となり, 振子角 θ_2 は目標角 r_f に追従する.

3.2 振子目標角を生成するための S T C

V S S 適応側により, 振子制御系が素早くスライディングモード(SMC)に到達し, 振子角度 θ_2 は目標角度 r_f に追従($e=0$)する.

式(6)の車輪系の方程式は式(17)であり,

$$B\ddot{\theta}_1 = -D\dot{\theta}_2 - \mu_2\dot{\theta}_2 + Eg\theta_2 \quad (17)$$

SMCの仮定のもと, $\theta_2 = r_f$ とみなし, θ_2 を r_f で置き換えると, 式(18)のように記述できる.

$$\ddot{\theta}_1 = \frac{g}{r} r_f - \frac{\mu_2}{M_2 r l} \dot{r}_f - \frac{D}{M_2 r l} \ddot{r}_f \quad (18)$$

基本パラメータを用いた状態方程式は式(19)のように記述できる.

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{r}_f \\ \dot{r}_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g/r & \beta_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \dot{\theta}_1 \\ r_f \\ \dot{r}_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \beta_2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \ddot{r}_f \quad (19)$$

$$\beta_1 = -\frac{\mu_2}{M_2 r l} = -\frac{\zeta_5}{\zeta_3 r} = -\frac{\sigma_5}{\sigma_3 r} \quad (20)$$

$$\beta_2 = -\frac{D}{M_2 r l} = -\frac{\zeta_2}{\zeta_3 r} = -\frac{\sigma_2}{\sigma_3 r} \quad (21)$$

振子目標角加速度 \ddot{r}_f を制御入力とする式(19)のシステムにおいて, 式(22)の評価関数 J

$$\begin{cases} J = \int_0^\infty (x^T Q x + \dot{r}_f^T R \dot{r}_f) dt, (Q \geq 0, R > 0) \\ x^T := [\theta_1 \quad \dot{\theta}_1 \quad r_f \quad \dot{r}_f] \end{cases} \quad (22)$$

を最小にする式(23)のフィードバックゲイン F_0

$$\begin{cases} \ddot{r}_f = -F_0^T x \\ F_0^T := [f_1 \quad f_2 \quad f_3 \quad f_4] \end{cases} \quad (23)$$

を制御周期ごとに求め更新する.

4. 実験

実験結果を Fig.3 に示す. 制御開始 1 秒間は S T C 系の設計制度の向上のため, 振幅 0.7 ボルト, 周期 0.25 秒のパルス摂動信号を操作量に重畳している. Fig.3 よりパルス摂動信号後, スライディングモードには到達しないが, 周期約 5 秒, 振子の振れ角 0.01[rad], 車輪の振れ角 0.4[rad]のリミットサイクルで安定している. この結果より, 車輪の径以外の物理パラメータを未知とした車輪型倒立振子ロボットの安定化制御を達成している.

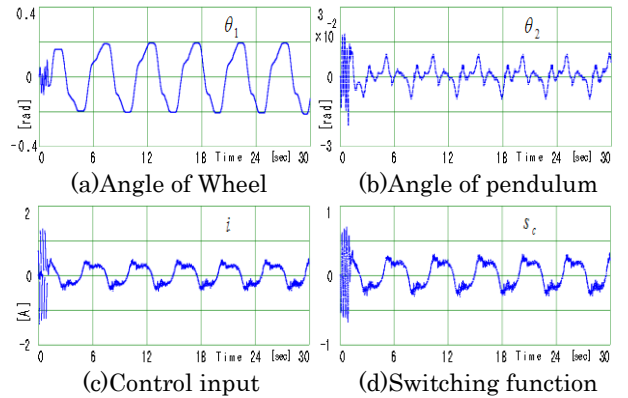


Fig.3 実験結果

5. おわりに

車輪型倒立振子ロボットの全ての基本パラメータを未知とした場合に対し, V S S 適応制御と S T C の二つの適応制御系を用いた設計を提案し有効性を確認した. また, 実験中に人の手による外乱を加えても安定性に問題なかった. この制御系に対し, 錘 6kg の重量変化によるパラメータ変動実験の評価を行った. その結果, 未知パラメータ系に有効な制御系はリミットサイクル現象の周期が短くなるものの制御性能の劣化は見られず, パラメータ変動に対しても有効性を示したといえる. 今後として, 錘 6kg を超える重量変化によるパラメータ変動に対しての有効性を検証したい.

業歴リスト

- (1) 下山, 平田, “オートチューニング機能を有する車輪型倒立振子の安定化制御系”, 電気学会産業応用部門大会, YPC, Y-62(2012)
- (2) 下山, 平田, “重量変化を考慮した車輪型倒立振子の安定化制御系” 平成 24 年度神奈川県ものづくり技術交流会 (2012)
- (3) 下山, 小谷, 平田, “車輪型倒立振子ロボットの適応安定化制御”, 東海大学 情報理工学部 紀要, Vol.12, No.2, 2012