F3　セルフチューニング制御器を組み込んだ回転型倒立振子の VSS 適応制御

発表者：5ADGM019　高部 知博
指導教員：大内 茂人　教授
平田 弘志　助教授

VSS Adaptive Control Including Self-Tuning Controller for Rotation Type Inverted Pendulum

Abstract: We proposed the adaptive control system for stabilizing the rotation type inverted pendulum with unknown parameters. The method uses two controllers that are VSS adaptive controller and self-tuning controller. The first controller uses to stabilize a pendulum system and the second controller uses to stabilize an arm system. But, VSS adaptive controller isn't enough for robustness. We proposed more robustness VSS adaptive controller. It was verified the method is effective by the experiment.

１．はじめに

倒立振子は各種の制御系を検証する意味で広く使用されている制御対象である．しかし，適応制御を検証した報告はそれほど多くなく，特に全てのパラメータを未知とした適応制御の報告は少ない．

本研究では，全てのパラメータを未知とした倒立振子のロバスト適応制御システムを提案する．本システムは振子部分に対して安定性確保のため，VSS 適応制御を構築する．また，アーム系の安定化のために VSS 適応制御と併行して一定時間外乱トルクを操作量に加え，倒立振子の基本パラメータを逐次推定する．そして，この推定値を用い，最適レギュレータを逐次的に設計するセルフチューニング制御器を構築している．

しかし，この VSS 適応則は外乱に対してロバスト性に欠けるという問題が判明した．そこで，新たによりロバストな VSS 適応制御システムを提案し，それを実機実験により検証する．

２．倒立振子モデル

本研究で使用する回転型倒立振子の運動方程式は，

$$M(\theta)\ddot{\theta}+C(\theta,\dot{\theta})\dot{\theta}+G(\theta)+B\dot{\theta}+D(\dot{\theta})=\tau \tag{1}$$

と求められる．ただし，$\theta,\dot{\theta},\ddot{\theta}$ はそれぞれ角度，角速度，角加速度，τ はトルクである．また，$M(\theta)$ は慣性項，$C(\theta,\dot{\theta})\dot{\theta}$ は遠心・コリオリ力の項，$G(\theta)$ は重力項，$B\dot{\theta}$ は粘性摩擦項，$D(\dot{\theta})$ はクーロン摩擦項である．

$$M(\theta)=\begin{bmatrix} J_1+J_2S_2{}^2 & -rl_1C_2 \\ -rl_1C_2 & J_2 \end{bmatrix} \tag{2}$$

$$C(\theta,\dot{\theta})\dot{\theta}=\begin{bmatrix} 2J_2S_2C_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2+rl_1S_2\dot{\theta}_2{}^2 \\ -J_2S_2C_2\dot{\theta}_1{}^2 \end{bmatrix},\quad G(\theta)=\begin{bmatrix} 0 \\ -rgS_2 \end{bmatrix} \tag{3}$$

$$B\dot{\theta}=\begin{bmatrix} b_1\dot{\theta}_1 \\ b_2\dot{\theta}_2 \end{bmatrix},\quad D(\dot{\theta})=\begin{bmatrix} d_1\,\mathrm{sgn}(\dot{\theta}_1) \\ 0 \end{bmatrix},\quad \tau=\begin{bmatrix} \tau_1 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{4}$$

$$\because\ J_1=I_1+m_1a_1{}^2+m_2l_1{}^2,\ J_2=I_2+m_2a_2{}^2,\ r=m_2a_2,\ S_2=\sin\theta_2,\ C_2=\cos\theta_2$$

尚，$l_i,m_i,a_i,I_i\,(i=1,2)$ はそれぞれ長さ，重さ，重心位置，慣性モーメントであり，g は重力加速度である．τ_1 はモータからの入力トルク，b_1,b_2 は粘性摩擦係数，d_1 はアームのクーロン摩擦係数である．ただし，振子のクーロン摩擦は微小とみなし無視している．

式(1)に対し平衡点近傍で線形化を行うと，倒立振子の運動方程式は次のようになる．

$$\begin{bmatrix} J_1 & -rl_1 \\ -rl_1 & J_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} b_1 & 0 \\ 0 & b_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -rg \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} d_1\mathrm{sgn}(\dot{\theta}_1) \\ 0 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} k_\tau i \\ 0 \end{bmatrix} \tag{5}$$

尚，k_τ はトルク定数，i はモータに流れる電流で，入力は $\tau_1=k_\tau i$ として表される．

３．VSS 適応制御による振子系の安定化

まず，振子系の安定化のために VSS 適応制御を用いる．そこで，式(5)より振子系の方程式として，

$$(\det)\ddot{\theta}_2+J_1b_2\dot{\theta}_2-J_1rg\theta_2+rl_1b_1\dot{\theta}_1+rl_1d_1\,\mathrm{sgn}(\dot{\theta}_1)=rl_1k_\tau\,i \tag{6}$$

を導く．ただし，$\det=J_1J_2-(rl_1)^2$ である．

そして，振子の角度 θ_2 に対して目標とする角度を r_f と置き，切換関数を

$$s=\dot{e}+he \qquad \because e=\theta_2-r_f,\ h>0 \tag{7}$$

と定義すると，式(6)は以下のように表すことができる．

$$Y^Ta+H\dot{s}=i \tag{8}$$

ただし，$H=(\det)/rl_1k_\tau$ であり，計測ベクトル Y とパラメータベクトル a は式(9)となる．

$$\begin{cases} Y^T=\begin{bmatrix}\ddot{\theta}_2-\dot{s} & \dot{\theta}_2 & \theta_2 & \dot{\theta}_1 & \mathrm{sgn}(\dot{\theta}_1)\end{bmatrix} \\ a^T=\begin{bmatrix}H & J_1b_2/rl_1k_\tau & -J_1g/l_1k_\tau & b_1/k_\tau & d_1/k_\tau\end{bmatrix} \end{cases} \tag{9}$$

また，パラメータ a の推定値を $\hat{a}$ と置く．

このとき，次の定理が成り立つ．

定理１

VSS 適応制御の制御入力と適応則を

$$\text{制御入力：}\quad i=Y^T\hat{a}-k\,\mathrm{sgn}(s) \tag{10}$$

$$\text{適応則：}\quad \dot{\hat{a}}=-\Gamma^{-1}Ys \tag{11}$$

と定義し，VSS 適応ゲイン Γ 及び VSS ゲイン k が

$$\Gamma>0,\quad k>0 \tag{12}$$

を満たすとき，$t\to\infty$ で $s\to0$ が補償される．ゆえに，$e\to0$ となり振子は目標角へと制御される．

４．推定機構

モータへの入力と各状態データから倒立振子の各パラメータを推定する方法を示す．式(1)に示した倒立振子の運動方程式は，基本パラメータ δ に関するベクトル型線形関係式

$$\tau=M(\theta)\ddot{\theta}+C(\theta,\dot{\theta})\dot{\theta}+G(\theta)+B\dot{\theta}+D(\dot{\theta})=\Phi^{\mathrm{T}}(\theta,\dot{\theta},\ddot{\theta})\delta \tag{13}$$

として表せる．計測行列 $\Phi(\theta,\dot{\theta},\ddot{\theta})$，基本パラメータ δ は

$$\Phi^T(\theta,\dot{\theta},\ddot{\theta})=\begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 & \phi_{12} & \phi_{13} & \dot{\theta}_1 & 0 & \mathrm{sgn}(\dot{\theta}_1) \\ 0 & \phi_{22} & \phi_{23} & 0 & \dot{\theta}_2 & 0 \end{bmatrix} \tag{14}$$

$$\because \phi_{12}=S_2{}^2\ddot{\theta}_1+2S_2C_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2,\quad \phi_{13}=-l_1C_2\ddot{\theta}_2+l_1S_2\dot{\theta}_2{}^2,$$

$$\phi_{22}=\ddot{\theta}_2-S_2C_2\dot{\theta}_1{}^2,\quad \phi_{23}=-l_1C_2\ddot{\theta}_1-gS_2$$

$$\delta=\begin{bmatrix}J_1 & J_2 & r & b_1 & b_2 & d_1\end{bmatrix}^T \tag{15}$$

である．さらに式(15)をトルク定数を含んだ基本パラメータ σ に関する式として表すと，

$$i=\Phi^T(\theta,\dot{\theta},\ddot{\theta})\sigma,\quad \sigma=\delta/k_\tau=\begin{bmatrix}\sigma_1 & \sigma_2 & \sigma_3 & \sigma_4 & \sigma_5 & \sigma_6\end{bmatrix}^T \tag{16}$$

となり，σ が求まることで式(1)の方程式が明確となる．

したがって，式(16)に対して重み付逐次最小２乗推定則を用いることで基本パラメータの推定値 $\hat{\sigma}$ を導く．

5．セルフチューニングによるアーム系の安定化

アーム系の安定化には最適レギュレータを使用する．式(5)より，アーム系の方程式として，

$$r l_1 \ddot{\theta}_1 = J_2 \ddot{\theta}_2 + b_2 \dot{\theta}_2 - r g \theta_2 \tag{17}$$

を導く．式(17)のパラメータは，式(16)の基本パラメータを用いて表すことができる．ここで，$e=0$ と仮定すると，$\theta_2 = r_f$ となり，式(17)の状態方程式は

$$\begin{bmatrix}\dot{\theta}_1\\ \ddot{\theta}_1\\ \dot{r}_f\\ \ddot{r}_f\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0&1&0&0\\ 0&0&-g/l_1&\sigma_5/\sigma_3 l_1\\ 0&0&0&1\\ 0&0&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\theta_1\\ \dot{\theta}_1\\ r_f\\ \dot{r}_f\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ \sigma_2/\sigma_3 l_1\\ 0\\ 1\end{bmatrix}\ddot{r}_f \tag{18}$$

として表せる．そして，$\ddot{r}_f$ を入力と考え，制御系を構築すれば，アームを安定にするための目標角加速度が導ける．そこで，式(18)に最適レギュレータを使用する．そして，制御周期毎にフィードバックゲインの更新を行うことでセルフチューニング制御は構成される．

尚，最適レギュレータの設計は式(18)より制御周期毎にハミルトン行列を構成し，固有値･固有ベクトルを計算することにより行う．

6．ロバスト性を向上させた VSS 適応制御

式(11)に示す適応則は外乱に弱く，ロバスト性に欠けるということが判明した．そこで，よりロバストな VSS 適応制御を提案する．

まず，切換関数は振子角度と振子目標角の誤差を用いた式(7)を用いる．そして，式(9)のパラメータ a が最小 2 乗法より推定される基本パラメータ $\hat{\sigma}$ を用いることで

$$a^T = \begin{bmatrix}\dfrac{\hat{\sigma}_1\hat{\sigma}_2 - \hat{\sigma}_3{}^2 l_1^2}{\hat{\sigma}_3 l_1} & \dfrac{\hat{\sigma}_1\hat{\sigma}_5}{\hat{\sigma}_3 l_1} & -\dfrac{\hat{\sigma}_1 g}{l_1} & \hat{\sigma}_4 & \hat{\sigma}_6\end{bmatrix} \tag{19}$$

と与えられるとき，次の定理が成り立つ．

定理 2
VSS 適応制御の制御入力と適応則を

$$\text{制御入力：} i = Y^T \hat{a} - k\,\mathrm{sgn}(s) \tag{20}$$

$$\text{適応則：} \dot{\hat{a}} = k_a \tilde{a} - \Gamma^{-1} Y s \quad \because \tilde{a} = a - \hat{a} \tag{21}$$

と定義し，VSS 適応ゲイン Γ，VSS ゲイン k 及び VSS 適応則の $\tilde{a}$ のゲイン k_a が

$$\Gamma > 0,\quad k > 0,\quad k_a > 0 \tag{22}$$

を満たすとき，$t \to \infty$ で $s \to 0$ が補償される．

ただし，推定される基本パラメータは初めのうちは激しく推移するため，基本パラメータがある程度落ち着いてから本適応則を使用し，それまでの間は式(11)の適応則を使用することとする．

7．適応制御系の構成

本適応制御システムのブロック図を Fig.1 に示す．尚，このブロック図は式(21)の適応則へ切り換えた後の制御システムである．

この Fig.1 のブロック図において，下部がセルフチューニング制御部となっており，ここで基本パラメータを推定し，推定したパラメータよりアーム系の方程式に対して最適レギュレータを設計する．そして，導かれた振子目標角加速度 $\ddot{r}_f$ から振子目標角 r_f を求める．Fig.1 の上部は VSS 適応制御部となっており，得られた目標角を切換関数へ用いて，VSS 適応制御により最終的に倒立振子へ与える制御入力を導く．以上より，全て未知パラメータとした倒立振子の安定化を実現している．

尚，Fig.1 に示す SignalFilter1 は 3 次の低域フィルタ，SignalFilter2 は 1 次の低域フィルタであり，ノイズ対策のために各運動データを取得する際に適用している．

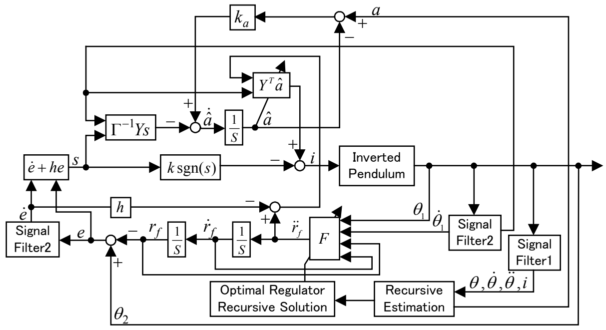

Fig. 1　Adaptive control system

8．実験

本制御システムによる倒立振子の実験結果を示す．尚，基本パラメータの推定精度を上げるために制御開始から 4 秒間は振幅 $\pm 1[A]$，周期 1.0[sec.] のパルス外乱を入力に加える．また，VSS 適応制御に関しては，制御開始 4 秒間は式(13)の適応則を用い，それ以降は式(21)の適応則を用いる．以下に実験結果のグラフを示す．

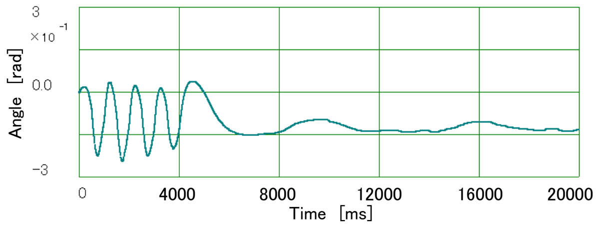

Fig. 2　Arm angle

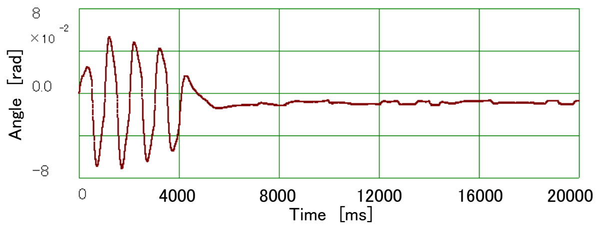

Fig. 3　Pendulum angle

アームは原点に行かず，−0.15[rad.]付近で収束しているが，これは非線形摩擦などの影響によるものであると考えられる．振子に関しては，多少偏差を残して収束しているが，倒れずに制御されているのが分かる．したがって，本適応制御システムを用いることで振子とアームの両方を安定に制御することができていることが分かる．

9．おわりに

本研究により全てのパラメータを未知とした倒立振子の制御を実現することができた．また，VSS 適応制御の適応則を改善することでよりロバストな適応制御システムへとすることができた．

この新たな適応則はパラメータ a に使用される基本パラメータ推定値の推定精度によらず理論的に安定性が補償される．したがって，本システムは様々な制御対象に対して広く利用できると考えられる．

業績

1. 高部 知博，平田 弘志，大内 茂人，穴吹 雅敏：”セルフチューニング制御器を組み込んだ回転型倒立振子のＶＳＳ適応制御”，第 6 回 計測自動制御学会 制御部門大会，15/18，(2006)