

F17 回転型倒立振子の適応制御に関する研究

発表者：4AEEM029 羽賀 功治
 指導教員：落合 康住 教授
 平田 弘志 助教授

Adaptive Control for Rotation Type Inverted Pendulum

Abstract : We proposed the adaptive control system for stabilizing the rotation type inverted pendulum with unknown parameter. The adaptive control system is divided into VSS (Variable Structure System) adaptive controller and LQ (Linear Quadratic) controller. The proposed strategy made use of a merit of two controllers and enabled an adaptive control of rotation type inverted pendulum. And the effectiveness of it was verified by the practical experiment result.

1. はじめに

これまでにロボットアームの適応制御をはじめ、適応制御に関する様々な研究がなされている[1]. しかし、入力数が出力数よりも少ない倒立振子は部分的にパラメータを既知とした適応制御は報告されたが、すべて未知パラメータとした適応制御は報告されていない.

そこで本研究では、振子系を安定化する第1段階にVSS型適応制御[2]を、アーム部も含めた安定化の第2段階にセルフチューニングレギュレータを用いた. 制御を2段階に分けてそれぞれの利点を生かし、すべてのパラメータを未知とした倒立振子の適応制御による安定化が補償され、これを実験により検証した.

2. 倒立振子モデル

本研究では制御対象を回転型倒立振子とし、Fig.1にモデル図を示す. 回転型倒立振子の運動方程式は

$$M(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + G(\theta) + B\dot{\theta} + D(\dot{\theta}) = \tau \quad (1)$$

と表せる. τ はトルクであり、 $\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}$ はそれぞれ角度、角速度、角加速度である. また $M(\theta)$ は慣性項、 $C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta}$ は遠心・コリオリ力の項、 $G(\theta)$ は重力項、 $B\dot{\theta}$ は粘性摩擦項、 $D(\dot{\theta})$ はクーロン摩擦項である.

$$M(\theta) = \begin{bmatrix} J_1 + J_2 S_2^2 & -r l_1 C_2 \\ -r l_1 C_2 & J_2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} = \begin{bmatrix} 2J_2 S_2 C_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + r l_1 S_2 \dot{\theta}_2^2 \\ -J_2 S_2 C_2 \dot{\theta}_1^2 \end{bmatrix}, G(\theta) = \begin{bmatrix} 0 \\ -r g S_2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$B\dot{\theta} = \begin{bmatrix} b_1 \dot{\theta}_1 \\ b_2 \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}, D(\dot{\theta}) = \begin{bmatrix} d_1 \text{sgn}(\dot{\theta}_1) \\ 0 \end{bmatrix}, \tau = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

ただし、 $J_1 = I_1 + m_1 a_1^2 + m_2 l_1^2, J_2 = I_2 + m_2 a_2^2$,

$$r = m_2 a_2, S_2 = \sin \theta_2, C_2 = \cos \theta_2$$

b_1, b_2 は粘性摩擦係数、アームのクーロン摩擦係数を d_1 とする. 振子のクーロン摩擦は微小と仮定して無視し、 τ_1 はモータからの入力トルクである.

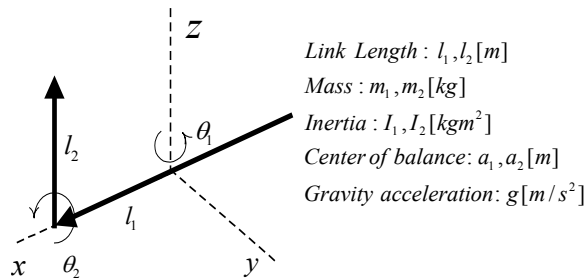


Fig.1 Schematic drawing of inverted pendulum

3. 推定機構

前章で示した倒立振子の運動方程式である式(1)は、基本パラメータ δ に関するベクトル型線形関係式

$$\tau = M(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + G(\theta) + B\dot{\theta} + D(\dot{\theta}) = \Phi^T(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta})\delta \quad (5)$$

と表せ、計測行列 $\Phi(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta})$ と基本パラメータ δ は

$$\Phi^T(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}) = \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 & \phi_{12} & \phi_{13} & \dot{\theta}_1 & 0 & \text{sgn}(\dot{\theta}_1) \\ 0 & \phi_{22} & \phi_{23} & 0 & \dot{\theta}_2 & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\phi_{12} = S_2^2 \ddot{\theta}_1 + 2S_2 C_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2, \phi_{13} = -l_1 C_2 \ddot{\theta}_2 + l_1 S_2 \dot{\theta}_2^2,$$

$$\phi_{22} = \ddot{\theta}_2 - S_2 C_2 \dot{\theta}_1^2, \phi_{23} = -l_1 C_2 \dot{\theta}_1 - g S_2$$

$$\delta = [J_1 \ J_2 \ r \ b_1 \ b_2 \ d_1]^T \quad (7)$$

として表される. さらに式(5)はトルク定数を含んだ基本パラメータ σ に関する関係式にすると

$$i = \Phi^T(\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta})\sigma, \sigma = \delta / K_r = [\sigma_1 \ \sigma_2 \ \sigma_3 \ \sigma_4 \ \sigma_5 \ \sigma_6]^T \quad (8)$$

となり、 σ を求めれば式(1)の運動方程式が記述できる. そこで、基本パラメータ σ を重み付逐次最小2乗法により推定する. 推定モデルを次に示す.

$$y(k) = \Phi^T(k)\hat{\sigma}(k) \quad (9)$$

ここで、 $y(k)$ は推定モデルの出力、 $\Phi(k)$ は計測時間毎の運動データにより構成される計測行列であり、 $\hat{\sigma}(k)$ は推定値である. 次に逐次最小2乗推定則を示す.

$$\hat{\sigma}(k) = \hat{\sigma}(k-1) - \frac{P(k-1)\Phi(k)e(k)}{\lambda(k) + \text{tr}[\Phi^T(k)P(k-1)\Phi(k)]} \quad (10)$$

$$P(k) = \frac{1}{\lambda(k)} \left\{ P(k-1) - \frac{P(k-1)\Phi(k)\Phi^T(k)P(k-1)}{\lambda(k) + \text{tr}[\Phi^T(k)P(k-1)\Phi(k)]} \right\} \quad (11)$$

$$e(k) = i(k) - \Phi^T(k)\hat{\sigma}(k-1) \quad (12)$$

$$\lambda(k) = (1 - \mu)\lambda(k) + \mu \quad (13)$$

重み係数 $\lambda(k)$ は $0.98 < \lambda(k) \leq 1$ 程度で使用され、 μ は重み係数を調節するための定数である.

4. VSS型適応制御による振子系の安定化

式(1)より倒立点近傍で線形化した振子系の方程式は

$$(\det M)\ddot{\theta}_2 + J_1 b_2 \dot{\theta}_2 - J_1 r g \theta_2 + r l_1 b_1 \dot{\theta}_1 + r l_1 d_1 \text{sgn}(\dot{\theta}_1) = r l_1 k_r i \quad (14)$$

となる. ただし、 $\det M = J_1 J_2 - (r l_1)^2$ である. ここで切換関数を式(15)とすれば式(14)は式(16)となる.

$$s = \dot{\theta}_2 + c_1 \theta_2 \quad (15) \quad Y^T a + H \dot{s} = i + w \quad (16)$$

ただし、 $H = (\det M) / r l_1 k_r$ とし、計測ベクトル Y とパラメータベクトル a を式(17)とする. また、アームの反力も含めて入力外乱 w とした.

$$\begin{cases} Y^T = [\ddot{\theta}_2 - \dot{s} & \dot{\theta}_2 & \theta_2] \\ a^T = [H & J_1 b_2 / r l_1 k_r & -J_1 g / l_1 k_r] \end{cases} \quad (17)$$

制御入力を式(18), 適応則を式(19)とする.

$$i = Y^T \hat{a} - k \operatorname{sgn}(s) \quad (18) \quad \dot{\hat{a}} = -\Gamma^{-1} Y s \quad (19)$$

ここで VSS ゲイン k は正の定数で, 適応ゲイン Γ は正定行列である. リアプノフ関数を

$$V(t) = \frac{1}{2} [s H s + \tilde{a}^T \Gamma \tilde{a}] \quad \because \tilde{a} = a - \hat{a} \quad (20)$$

とすれば, リアプノフ関数の微分が

$$\dot{V}(t) = -(k |s| - s w) \leq -|s| (k - |w|) \leq 0 \quad (21)$$

となることより, $|w|$ より大きな k を選んでおけば $s \rightarrow 0 (t \rightarrow \infty)$ が補償され, 振子の安定性も補償される.

5. 適応制御系の構成

本研究では倒立振子の適応制御における問題を 2 つに分割し, それぞれに有効な制御系を用いる. まず, 第 1 段階ではすべてのパラメータが未知であっても振子系の安定性を補償できる VSS 型適応制御を用いる. 第 2 段階では最小 2 乗法により推定されたパラメータを用いて, アーム系も安定とするセルフチューニングレギュレータに切替える. 状態変数を

$$x^T = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4] = [\theta_1 \ \theta_2 \ \dot{\theta}_1 \ \dot{\theta}_2], u = i \quad (22)$$

として選べば, 状態方程式は

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{l_1 g \sigma_3^2}{\Delta} & -\frac{\sigma_2 \sigma_4}{\Delta} & -\frac{l_1 \sigma_3 \sigma_5}{\Delta} \\ 0 & \frac{g \sigma_1 \sigma_3}{\Delta} & -\frac{l_1 \sigma_3 \sigma_4}{\Delta} & -\frac{\sigma_1 \sigma_5}{\Delta} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{\sigma_2}{\Delta} \\ \frac{l_1 \sigma_3}{\Delta} \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \Delta = \sigma_1 \sigma_2 - l_1^2 \sigma_3^2 \quad (24)$$

として表される. この状態方程式に対してハミルトン行列を考え, 固有ベクトル法により最適レギュレータを設計している. 固有値計算はハミルトン行列をハウスホルダー法によりヘッセンバーク行列に相似変換し, QR 法を用いることで計算している. 最適フィードバックゲインは制御周期毎に計算し, 更新している.

以上のようにして構成したセルフチューニング系は制御系を切替える際にパラメータが良好な精度で推定されていれば倒立振子を安定化できる. Fig.2 に適応制御系のブロック図を示す.

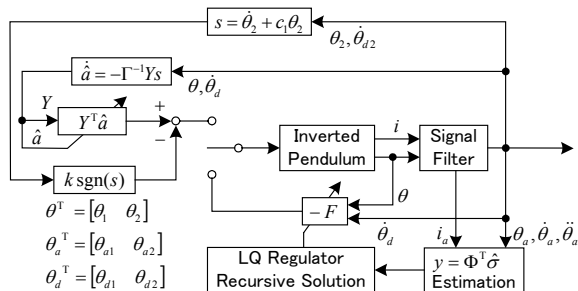


Fig.2 Adaptive control system

6. 倒立振子の適応制御実験

制御開始時のパラメータを未知とした, 倒立振子の適応制御実験の諸条件を Table1 に, 実験結果を Fig.3-5 に示す. ただし, 制御開始から 5 秒間は入力に振幅 ± 1 [A], 周期 1 [sec] のパルス外乱を加えている. 倒立振子は制御中の振子の振幅が小さく, 推定に適した運動データが得られない. そこで制御開始から 5 秒間は制御入力に外乱を加えて, 振子を振れさせることにより推定の精度を向上させている.

Table1 Condition of adaptive control

サンプリング周期	$T = 0.001$ [sec]
コントローラ切替え点	制御開始から 2 秒後
切換関数の定数	$c_1 = 10$
VSSゲイン	$k = 2.0$
VSS適応ゲイン	$\Gamma = \rho I, \rho = 100$
最適レギュレータの重み	$Q = \operatorname{diag}(1, 100, 1, 1), r = 1$

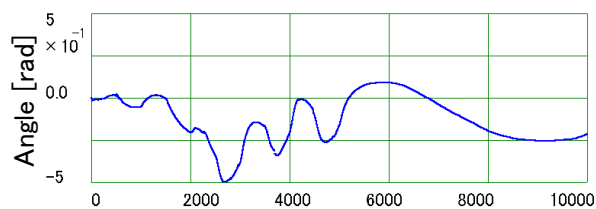


Fig.3 Arm angle

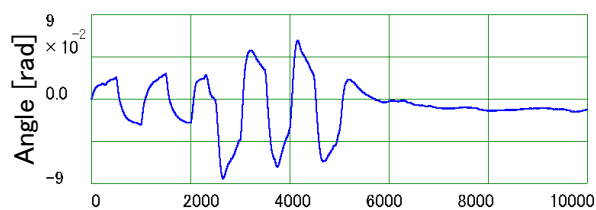


Fig.4 Pendulum angle

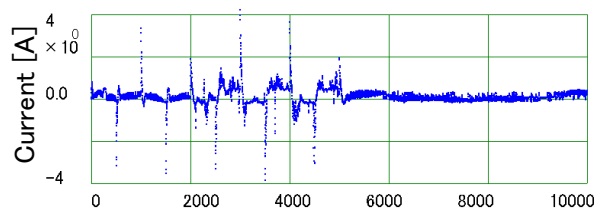


Fig.5 Control input

2 秒までは VSS 型適応制御で振子系だけを安定化して, アーム系は考慮していないため回転してしまう. 最適レギュレータに切替えると回転したアームを原点に戻すために大きく動くが, アーム, 振子ともに確実に原点へ戻る. また 5 秒以降は外乱を加えていないため, 振子が振れずに倒立しているのがわかる.

7. 結論

本研究では倒立振子の適応制御を 2 段階の制御を用いて実現し, 実機実験から有効性を確認した. パラメータを未知としているため, 振子の長さや重さが変わっても安定な制御系となる. 本実験で用いた振子を取替え, 慣性が 1/10 以下になるような振子についても同一のプログラムで安定化されることも確認している.

本研究では簡単のため VSS 型適応制御においてアームの反力を外乱項に含めていたが, アームに関する項をパラメータに含んだ適応制御系を設計することによりさらに制御性が向上されると考えられる.

参考文献

- 1) 古田: ロバスト適応制御 —VSS 型セルフチューニング制御—, 計測と制御, Vol.30 No.8 pp724-725(1991)

業績

- 1) 河住, 平田, 羽賀: スリップ負荷を伴う DC モータの適応制御, SI2004 学術講演会, pp514-515(2004)
- 2) K.Haga, H.Hirata 他: "Self-Tuning Control for Rotation Type Inverted Pendulum Using Two Kinds of Adaptive Controllers", IEEE International Conferences on Robotics, Automation & Mechatronics. (投稿中)